

Документ подписан в системе электронного документооборота
 Информация о владельце:
 ФИО: Косенок Сергей Михайлович
 Должность: ректор
 Дата подписания: 20.06.2025 06:16:53
 Уникальный код документа:
 e3a68f3eaa1a62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Тестовое задание для диагностического тестирования по дисциплине:

Интегральные уравнения и вариационное исчисление, Семестр 4

| | |
|----------------------------|----------------------------------|
| Код направления подготовки | 03.03.02 Физика |
| Направленность (профиль) | Цифровые технологии в геофизике |
| Форма обучения | очная |
| Кафедра-разработчик | Кафедра экспериментальной физики |
| Выпускающая кафедра | Кафедра экспериментальной физики |

| Проверяемая компетенция | Задание | Варианты ответов | Уровень сложности вопроса |
|-------------------------|---|---|---------------------------|
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 1. Укажите выражение для первой вариации функционала J . | 1) $\left. \frac{dJ}{d\alpha} \right _{\alpha=0}$ 2) $\frac{dJ}{d\alpha}$ 3) $J(y + \alpha h)$ 4) $J^2(0)\alpha^2$ | Низкий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 2. Укажите уравнение Эйлера. | 1) $F_y - \frac{d}{dx} F_y = 0$ 2) $F - \frac{d}{dx} F_y = 0$ 3) $F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0$ 4) $F_{y'} - \frac{dF}{dx} = 0$ | Низкий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 3. Укажите уравнение Эйлера в случае, когда функция F не зависит от y' . | 1) $F_y = 0$ 2) $\frac{d}{dx} F_y = 0$ 3) $\frac{dF}{dx} = 0$ 4) $F_{y'} = 0$ | Низкий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 4. Заполните пропуск: Уравнение $\int_a^b K(x, t)\varphi(t)dt = f(x)$ является интегральным уравнением | 1) Вольтерра 2) Фредгольма 3) Эйлера 4) Лагранжа | Низкий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 5. Заполните пропуск: Необходимым условием экстремума функционала является обращение функционала в нуль. | 1) второй вариации 2) значения 3) аргумента 4) первой вариации | Низкий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 6. Из перечисленных уравнений выберите все интегральные уравнения Вольтерра. | 1) $\int_{\pi}^x (x + t)\varphi^2(t)dt = 0$ | Средний |

| | | | |
|--------------------|--|---|---------|
| | | <p>2)</p> $\int_0^{\pi} (x^2 - t^2)\varphi(t)dt = x^3$ <p>3)</p> $\int_0^x xt\varphi(t)dt = x$ <p>4)</p> $\varphi(x) + \int_{-1}^x \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$ | |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 7. Из перечисленных уравнений выберите все интегральные уравнения Фредгольма. | <p>1)</p> $\int_e^x (x+t)^3\varphi(t)dt = 1$ <p>2)</p> $\int_0^4 (x-2t)\varphi(t)dt = x+1$ <p>3)</p> $\varphi(x) - \int_{-1}^1 \cos(xt)\varphi(t)dt = 2\cos x$ <p>4)</p> $\int_0^{2\pi} xt^2\varphi^3(t)dt = 1-x$ | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 8. Выберите все правильные утверждения. | <p>1) если функция доставляет функционалу сильный экстремум, то она доставляет и слабый экстремум</p> <p>2) если функция доставляет функционалу слабый экстремум, то она доставляет и сильный экстремум</p> <p>3) достаточное условие слабого экстремума является достаточным условием сильного экстремума</p> <p>4) необходимое условие слабого экстремума является необходимым условием сильного экстремума</p> | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 9. Укажите формулу для нахождения решения уравнения Фредгольма 2-го рода при помощи резольвенты. | <p>1)</p> $\varphi(s) = \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ <p>2)</p> $\varphi(s) = R(s,t;\lambda) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ <p>3)</p> $\varphi(s) = f(s) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ <p>4)</p> $\varphi(s) = f(s) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)\varphi(t)dt$ | Средний |

| | | | |
|--------------------|--|--|---------|
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 10. Укажите уравнение Остроградского. | $1) F_u - \frac{d}{dx} F_{u_x} = 0$ $2) F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_y} = 0$ $3) F - \frac{\partial}{\partial x} F_u - \frac{\partial}{\partial y} F_u = 0$ $4) F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_y} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_x} = 0$ | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 11. Укажите граничное условие в задаче вариационного исчисления со свободным концом. Считается, что свободен конец кривой в точке $x = 0$. | $1) F_{y'} _{x=0} = 0$ $2) F_y _{x=0} = 0$ $3) F _{x=0} = 0$ $4) F_x _{x=0} = 0$ | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 12. Заполните пропуск: Число λ называется характеристическим значением уравнения: $\varphi(s) = \lambda \int_a^b K(s, t)\varphi(t)dt,$ если это уравнение имеет | $1) \text{ только нулевое решение}$ $2) \text{ единственное решение}$ $3) \text{ ненулевые решения}$ $4) \text{ линейно зависимые решения}$ | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 13. Заполните пропуск: Условие Якоби и усиленные условия Лежандра являются | $1) \text{ достаточными условиями слабого}$ $2) \text{ достаточными условиями сильного}$ $3) \text{ необходимыми условиями слабого}$ $4) \text{ необходимыми условиями сильного}$ | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 14. Соотнесите интегральным уравнениям их тип. $1) \varphi(s) = \int_a^b K(s, t)\varphi(t)dt$ $2) \int_a^b K(s, t)\varphi(t)dt = f(s)$ $3) \varphi(s) = \int_a^s K(s, t)\varphi(t)dt + f(s)$ $4) \int_a^s K(s, t)\varphi(t)dt = 0$ а) однородное уравнение Фредгольма 2-го рода б) неоднородное уравнение Вольтерра 2-го рода в) однородное уравнение Вольтерра 1-го рода г) неоднородное уравнение Фредгольма 1-го рода | | Средний |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 15. Укажите значение функционала: | | Средний |

| | | | |
|--------------------|--|---|---------|
| | $J(y) = \int_{-\pi}^{\pi} (y'' + x^2 y) dx$ для функции $y(x) = \sin x$. | | |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 16. Выберите все верные утверждения об интегральных уравнениях Фредгольма 2-го рода. | 1) любое уравнение имеет единственное решение 2) характеристические значения являются полюсами резольвенты 3) однородное уравнение не имеет решений 4) резольвента является мероморфной функцией | Высокий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 17. Из перечисленных функций выберите все, которые являются экстремалами функционала: $J(y) = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx$ | 1) $y = 2x + 1$ 2) $y = 2 - x$ 3) $y = 2x^2 + 1$ 4) $y = 3 - x^3$ | Высокий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 18. Из перечисленных функций выберите все, которые являются экстремалами функционала: $J(y) = \int_0^{\pi} (y'^2 + y^2) dx$ | 1) $y = \operatorname{sh} x$ 2) $y = \sin x$ 3) $y = \operatorname{ch} x$ 4) $y = \cos x$ | Высокий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 19. Выберите все числа, которые не являются характеристическими значениями ядра $K(s, t) = st$ на отрезке $[0, 1]$. | 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 | Высокий |
| ОПК-1.1 ОПК-1.3 | 20. Найдите значение решения задачи: $J(y) = \int_0^{\pi} (y'^2 - y^2 + x^p) dx \rightarrow \operatorname{extr}$ $y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$. | | Высокий |