

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 20.06.2024 06:13:56  
Уникальный программный ключ:  
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

**БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ХАНТЫ-МАНСКИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА-ЮГРЫ  
"Сургутский государственный университет"**

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической работе

Е.В.Коновалова  
15 июня 2023 г., протокол УМС № 4

**Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ  
рабочая программа дисциплины (модуля)**

Закреплена за кафедрой Прикладной математики  
Шифр и наименование научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Форма обучения **очная**

Часов по учебному плану 144 Вид контроля: **экзамен**  
в том числе:  
аудиторные занятия 48  
самостоятельная работа 60  
часов на контроль 36

**Распределение часов дисциплины**

Курс	3	
	уп	рп
Вид занятий		
Лекции	16	16
Практические	32	32
Итого ауд.	48	48
Контактная работа	48	48
Сам. работа	60	60
Часы на контроль	36	36
Итого	144	144

Программу составил(и):  
канд. физ.-мат. наук, доцент Дубовик А.О.

Рабочая программа дисциплины

**Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

разработана в соответствии с ФГТ:

Приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 г. №951 "Об утверждении федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)".

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Прикладной математики

Протокол от 06.04.2023 г. № 11

Заведующий кафедрой канд. физ.-мат. наук, доцент Гореликов А.В.

Председатель УМС политехнического института

ст. преподаватель Паук Е.Н.

Протокол от 03.05.2023 г. № 04/23

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	Целью преподавания дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» является: ознакомить аспирантов с основными принципами построения математических моделей различных сложных процессов в природе, технике, экономике; дать представление о современных методах математического моделирования; сформировать навык самостоятельного исследования математических моделей.
-----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

2.1	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Для изучения дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» необходимо знание основных разделов: высшей математики, общего курса физики, уравнений математической физики, численных методов.
2.1.2	Предшествующими для изучения дисциплины являются:
2.1.3	результаты освоения дисциплин «История и философия науки», «Иностранный язык», направленных на подготовку к сдаче кандидатских экзаменов; факультативных дисциплин "Приближенные методы газовой динамики", "Стохастические методы в естественных науках";
	результаты научной (научно-исследовательской) деятельности аспирантов, направленной на подготовку диссертации к защите;
	результаты научной (научно-исследовательской) деятельности аспирантов, направленной на подготовку публикаций.
	при прохождении научно-исследовательской практики;
2.2	<b>Последующими к изучению дисциплины являются знания, умения и навыки, используемые аспирантами:</b>
2.2.1	в научной (научно-исследовательской) деятельности аспирантов, направленной на подготовку диссертации к защите;
	в научной (научно-исследовательской) деятельности аспирантов, направленной на подготовку публикаций;
	при прохождении итоговой аттестации.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	<b>Знать:</b>
3.1.1	основные принципы построения математических моделей различных сложных процессов в природе, технике, экономике;
3.2	<b>Уметь:</b>
3.2.1	применять современные методы математического моделирования;
3.3	<b>Владеть:</b>
3.3.1	навыком самостоятельного исследования математических моделей.

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Курс	Часов	Литература	Примечание
	Раздел 1. Основные понятия математического моделирования				
1.1	Основные этапы построения модели. Схема процесса математического моделирования объекта. Основные особенности вычислительного эксперимента. Иерархические цепочки моделей газа: Кинетические уравнения типа уравнения Больцмана. Уравнения Эйлера для сжимаемого газа. Уравнение Лапласа для потенциала. Модели, основанные на применении законов классической механики к каждой частице среды. Уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости. Модель Навье-Стокса для сжимаемого газа. Система гидродинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа. Модель Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости. /Лек/	3	5	Л1.1Л2.1 Л2.2Л Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	

1.2	Основные этапы построения модели. Схема процесса математического моделирования объекта. Основные особенности вычислительного эксперимента. Иерархические цепочки моделей газа: Кинетические уравнения типа уравнения Больцмана. Уравнения Эйлера для сжимаемого газа. Уравнение Лапласа для потенциала. Модели, основанные на применении законов классической механики к каждой частице среды. Уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости. Модель Навье-Стокса для сжимаемого газа. Система гидродинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа. Модель Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости. /Пр/	3	10	Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	
1.3	Основные этапы построения модели. Схема процесса математического моделирования объекта. Основные особенности вычислительного эксперимента. Иерархические цепочки моделей газа: Кинетические уравнения типа уравнения Больцмана. Уравнения Эйлера для сжимаемого газа. Уравнение Лапласа для потенциала. Модели, основанные на применении законов классической механики к каждой частице среды. Уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости. Модель Навье-Стокса для сжимаемого газа. Система гидродинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа. Модель Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости. /Ср/	3	20	Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	
	Раздел 2. Вариационные принципы и иерархия моделей				
2.1	Понятия: объект, модель, математическая модель. Классификация физических процессов относительно времени. Иерархические цепочки моделей газа. Уравнение Хопфа. Уравнения акустики. Уравнение типа нелинейной теплопроводности. Уравнение переноса. Уравнения для сжимаемого теплопроводного газа. Одномерные уравнения газовой динамики. Уравнение Лапласа для температуры. Уравнение Эйлера для сжимаемого газа. Уравнение изэнтропического течения идеального газа. /Лек/	3	5	Л1.1 Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	
2.2	Понятия: объект, модель, математическая модель. Классификация физических процессов относительно времени. Иерархические цепочки моделей газа. Уравнение Хопфа. Уравнения акустики. Уравнение типа нелинейной теплопроводности. Уравнение переноса. Уравнения для сжимаемого теплопроводного газа. Одномерные уравнения газовой динамики. Уравнение Лапласа для температуры. Уравнение Эйлера для сжимаемого газа. Уравнение изэнтропического течения идеального газа. /Пр/	3	10		
2.3	Понятия: объект, модель, математическая модель. Классификация физических процессов относительно времени. Иерархические цепочки моделей газа. Уравнение Хопфа. Уравнения акустики. Уравнение типа нелинейной теплопроводности. Уравнение переноса. Уравнения для сжимаемого теплопроводного газа. Одномерные уравнения газовой динамики. Уравнение Лапласа для температуры. Уравнение Эйлера для сжимаемого газа. Уравнение изэнтропического течения идеального газа. /Ср/	3	20		

	Раздел 3. Исследование математических моделей				
3.1	Основные этапы решения некоторой краевой задачи сеточными методами. Основные понятия теории разностных схем: шаблон, явная и неявная схема, консервативная и неконсервативная схема. Основные вариационные методы, применяемые для решения задач математической физики. Уравнение гидродинамики и акустики для идеальной жидкости. Принципы построения простейших математических моделей. Корректно и некорректно поставленные задачи. Качества хорошей вычислительной программы. Правила структурного программирования. /Лек/	3	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	
3.2	Основные этапы решения некоторой краевой задачи сеточными методами. Основные понятия теории разностных схем: шаблон, явная и неявная схема, консервативная и неконсервативная схема. Основные вариационные методы, применяемые для решения задач математической физики. Уравнение гидродинамики и акустики для идеальной жидкости. Принципы построения простейших математических моделей. Корректно и некорректно поставленные задачи. Качества хорошей вычислительной программы. Правила структурного программирования. /Пр/	3	12	Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	
3.3	Основные этапы решения некоторой краевой задачи сеточными методами. Основные понятия теории разностных схем: шаблон, явная и неявная схема, консервативная и неконсервативная схема. Основные вариационные методы, применяемые для решения задач математической физики. Уравнение гидродинамики и акустики для идеальной жидкости. Принципы построения простейших математических моделей. Корректно и некорректно поставленные задачи. Качества хорошей вычислительной программы. Правила структурного программирования. /Ср/	3	20	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	
3.4	/Контр. раб./	3	0	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	Задание для контрольной работы
3.5	/Экзамен/	3	36	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	Вопросы для подготовки к кандидатскому экзамену

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 5.1. Контрольные вопросы и задания

Проведение текущего контроля успеваемости

Тема 1. Основные понятия математического моделирования.

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Основные этапы построения модели.
2. Схема процесса математического моделирования объекта.
3. Основные особенности вычислительного эксперимента.
4. Иерархические цепочки моделей газа: Кинетические уравнения типа уравнения Больцмана.
5. Уравнения Эйлера для сжимаемого газа.
6. Уравнение Лапласа для потенциала.
7. Модели, основанные на применении законов классической механики к каждой частице среды. Уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости.
8. Модель Навье-Стокса для сжимаемого газа.
9. Система гидродинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа.
10. Модель Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

Индивидуальное практическое задание:

1. Показать, что потенциал скоростей стационарного потока несжимаемой жидкости удовлетворяет уравнению Лапласа. Написать краевое условие на поверхности твердого тела, покоящегося или движущегося с заданной скоростью. Решить полученную задачу во втором случае методом разделения переменных в круге.
2. Поставить краевую задачу о нагревании тонкого стержня, по которому скользит с постоянной скоростью плотно

прилегающая электроды постоянной мощности, если внешняя поверхность печи, не прилегающая к стержню, теплоизолирована, а теплоемкость печи пренебрежимо мала. Решить полученную задачу методом функции источника при нулевом начальном условии.

3. Покажите, что для разностной задачи с равномерной сеткой  $h$

$$-(\alpha y_x)_x = 1, \quad h \leq x \leq l - h,$$

$$y(0) = 0, \quad y(l) = 0$$

при  $\alpha(x) \geq k > 0$  имеет место оценка  $0 \leq y(x) \leq k^{-1}l^2$ .

4. Преобразуйте уравнение теплопроводности для движущейся однородной среды к самосопряженному уравнению, когда движение потенциальное.

5. Неограниченная струна совершает плоские поперечные колебания. Линейная плотность струны  $\rho = 1$ , скорость распространения колебаний  $a = 1$ . В начальный момент времени  $t = 0$  струна имеет форму  $\phi(x) = x^2$ . Начальное распределение скорости  $\psi(x) = 4x$ . К струне, начиная с начального момента времени приложена непрерывно распределенная поперечная сила с линейной плотностью равной  $f(x, t) = 6$ . Составить математическую модель процесса колебания струны, и найти зависимость отклонения  $u(x, t)$  точек струны от положения равновесия в различные моменты времени.

Задания для самостоятельной работы:

1. Определите, как себя должна вести при больших  $t$  величина  $r(t) = \alpha(t) - \beta(t) > 0$  в модели Мальтуса:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (\alpha(t) - \beta(t))N(t),$$

чтобы численность популяции  $N(t)$  была ограниченной?

2. Определить точки устойчивого и неустойчивого равновесия в модели конкурирующих видов в зависимости от параметров модели:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = N_1(r_1 - b_{11}N_1 - b_{12}N_2) \\ \frac{dN_2}{dt} = N_2(r_2 - b_{21}N_1 - b_{22}N_2) \end{cases}$$

Тема 2. Вариационные принципы и иерархия моделей.

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Понятия: объект, модель, математическая модель.
2. Классификация физических процессов относительно времени.
3. Иерархические цепочки моделей газа.
4. Уравнение Хопфа.
5. Уравнения акустики.
6. Уравнение типа нелинейной теплопроводности.
7. Уравнение переноса.
8. Уравнения для сжимаемого теплопроводного газа.
9. Одномерные уравнения газовой динамики.
10. Уравнение Лапласа для температуры.
11. Уравнение Эйлера для сжимаемого газа.
12. Уравнение изэнтропического течения идеального газа.

Индивидуальное практическое задание:

1. Найти стационарное распределение температуры  $u(r, \phi)$  внутри бесконечного цилиндра радиуса  $R$ , если на его поверхности поддерживается температура

$$u(r, \phi)|_{r=R} = A \sin \phi.$$

2. Неограниченная струна совершает плоские поперечные колебания. Линейная плотность струны  $\rho = 1$ , скорость распространения колебаний  $a = 2$ . В начальный момент времени  $t = 0$  струна имеет форму  $\phi(x) = x^2$ . Начальное распределение скорости  $\psi(x) = x$ . К струне, начиная с начального момента времени приложена непрерывно распределенная поперечная сила с линейной плотностью равной  $f(x, t) = xt$ . Составить математическую модель процесса колебания струны, и найти зависимость отклонения  $u(x, t)$  точек струны от положения равновесия в различные моменты времени.

3. В неограниченном тонком стержне с теплоизолированной боковой поверхностью распределены тепловые источники с линейной плотностью  $F(x, t)$  ( $f(x, t) = F/\rho c = t + e^t$ ). Коэффициент температуропроводности стержня  $a^2 = 4$ . В начальный момент времени температура стержня  $u|_{t=0} = 2$ . Составить математическую модель процесса переноса тепла в стержне и найти зависимость температуры  $u(x, t)$ .

4. Найти распределение потенциала электростатического поля  $u(r, \phi)$  внутри единичного круга при условии, что  $u|_{r=1} = \cos^2 \phi$ .

5. Найти распределение потенциала электростатического поля  $u(r, \phi)$  внутри единичного круга при условии, что  $u|_{r=1} = \sin^3 \phi$ .

Задания для самостоятельной работы:

1. Показать, что использование принципа Гамильтона для вывода уравнения движения материальной точки в потенциальном поле силы приводит к тому же результату, что и использование законов Ньютона.
2. Решить задачу о брахистохроне (кривой наискорейшего спуска): найти плоскую кривую, скользя вдоль которой под действием силы тяжести, тяжелая точка достигает заданного положения за наименьшее время. Показать, что решением задачи является циклоида.

Тема 3. Исследование математических моделей.

Перечень вопросов для устного опроса:

1. Основные этапы решения некоторой краевой задачи сеточными методами.
2. Основные понятия теории разностных схем: шаблон, явная и неявная схема, консервативная и неконсервативная схема.
3. Основные вариационные методы, применяемые для решения задач математической физики.
4. Уравнение гидродинамики и акустики для идеальной жидкости.

5. Принципы построения простейших математических моделей.

6. Корректно и некорректно поставленные задачи.

7. Качества хорошей вычислительной программы.

8. Правила структурного программирования.

Индивидуальное практическое задание:

1. Неограниченная струна совершает поперечные колебания. Линейная плотность струны  $\rho = 1$ , скорость распространения колебаний  $a = 1$ . В начальный момент времени  $t = 0$  струна имеет форму  $\phi(x) = \sin x$ . Начальное распределение скорости  $\psi(x) = 0$ . К струне, начиная с начального момента времени приложена непрерывно распределенная поперечная сила с линейной плотностью равной  $f(x, t) = \sin x$ . Составить математическую модель процесса колебания струны, и найти зависимость отклонения  $u(x, t)$  точек струны от положения равновесия в различные моменты времени.

2. В неограниченном тонком стержне с теплоизолированной боковой поверхностью распределены тепловые источники с линейной плотностью  $F(x, t)$  ( $f(x, t) = F/\rho c = 3t^2$ ). Коэффициент температуропроводности стержня  $a^2 = 1$ . В начальный момент времени температура стержня  $u|_{t=0} = \sin x$ . Составить математическую модель процесса переноса тепла в стержне и найти зависимость температуры  $u(x, t)$ .

3. Найти распределение потенциала электростатического поля  $u(r, \phi)$  внутри единичного круга при условии, что  $u|_{r=1} = \cos^4 \phi$ .

4. Неограниченная струна совершает поперечные колебания. Линейная плотность струны  $\rho = 1$ , скорость распространения колебаний  $a = 1$ . В начальный момент времени  $t = 0$  струна имеет форму  $\phi(x) = \sin x$ . Начальное распределение скорости  $\psi(x) = x + \cos x$ . К струне, начиная с начального момента времени приложена непрерывно распределенная поперечная сила с линейной плотностью равной  $f(x, t) = e^x$ . Составить математическую модель процесса колебания струны, и найти зависимость отклонения  $u(x, t)$  точек струны от положения равновесия в различные моменты времени.

5. В неограниченном тонком стержне с теплоизолированной боковой поверхностью распределены тепловые источники с линейной плотностью  $F(x, t)$  ( $f(x, t) = F/\rho c = e^{-t} \cos x$ ). Коэффициент температуропроводности стержня  $a^2 = 1$ . В начальный момент времени температура стержня  $u|_{t=0} = \cos x$ . Составить математическую модель процесса переноса тепла в стержне и найти зависимость температуры  $u(x, t)$ .

Задания для самостоятельной работы:

1. Разлагая функцию  $u(x)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $x$  и удерживая достаточное число членов, показать, что разностная производная

$$u_{\bar{x}x} = \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2},$$

приближает вторую производную функции  $u(x)$  со вторым порядком.

2. Проверьте прямой подстановкой, что задача на собственные значения

$$X_{\bar{x}x} + \lambda X = 0, 0 < x < 1, X(0) = X(1), X(x) \neq 0,$$

имеет нетривиальные решения вида  $X^{(k)} = \sqrt{2} \sin \pi k x$ .

### Проведение промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к кандидатскому экзамену

1. Основные этапы построения модели.

2. Схема процесса математического моделирования объекта.

3. Основные особенности вычислительного эксперимента.

4. Иерархические цепочки моделей газа:

5. Понятия: объект, модель, математическая модель.

6. Классификация физических процессов относительно времени.

7. Иерархические цепочки моделей газа:

8. Основные этапы решения некоторой краевой задачи сеточными методами.

9. Основные понятия теории разностных схем: шаблон, явная и неявная схема, консервативная и неконсервативная схема.

10. Основные вариационные методы, применяемые для решения задач математической физики.

11. Уравнение гидродинамики и акустики для идеальной жидкости.

12. Принципы построения простейших математических моделей.

13. Корректно и некорректно поставленные задачи.

14. Качества хорошей вычислительной программы.

15. Правила структурного программирования.

16. Принципы программирования в UNIX-подобных системах: «Философия UNIX»

17. Использование динамических и статических библиотек: создание библиотек, подключение библиотек.

18. Назначение проекта Qt. Библиотека и средства разработки Qt.

19. Библиотека для научных расчётов GSL (GNU Scientific Library).

20. Библиотека для научной визуализации MathGL.

21. Платформа для численного моделирования задач механики сплошной среды OpenFoam

22. Математическая модель газовой динамики.

23. Интегральная форма уравнений газовой динамики.

24. Уравнения газовой динамики в дифференциальной форме.

25. Устойчивость разностных схем для уравнения переноса. Спектральный метод и принцип максимума.

26. Энергетический метод исследования устойчивости разностных схем.

27. Влияние вязкости на устойчивость разностных схем.

28. Явные методы газовой динамики.

29. Применение метода Ньютона к решению разностных уравнений газовой динамики

30. Моделирование случайных величин

31. Моделирование дискретных случайных величин.

32. Моделирование непрерывных случайных величин.

33. Моделирование некоторых специальных распределений.
34. Моделирование нормального распределения.
35. Многомерный изотропный вектор.
36. Моделирование случайных векторов.
37. Моделирование распределения, равномерного в интервале (0,1).
38. Центральная предельная теорема. Вихрь Мерсена.
39. Генераторы равномерно распределенных величин на многообразиях.
40. Закон больших чисел и его применение для вычисления интегральных средних.
41. Моделирование случайных процессов и общая схема метода Монте Карло. Обобщенные плотности.
42. Случайные процессы и их моделирование.
43. Общая схема метода Монте Карло.
44. Случайные процессы и континуальные интегралы.
45. Конструктивное задание случайных процессов.
46. Функция Грина в задачах естествознания.
47. Законы сохранения. Обобщённое уравнение Больцмана. Уравнение Больцмана кинетической теории газов и уравнение Смолуховского теории коагуляции.
48. Уравнения Власова.
49. Уравнения Кортвега – де Фриза, Кадомцева-Петвиашвили, Хопфа.
50. Уравнения механики сплошной среды, порождённые уравнениями физической кинетики.
51. Некоторые специальные решения уравнений газодинамики, уравнений Больцмана и Смолуховского.
51. Получить численное решение для следующих начально-краевых задач для однородного уравнения теплопроводности на отрезке. Сравнить с аналитическим решением. Распараллелить код с использованием технологии OpenMP или MPI (на выбор преподавателя). Оценить ускорение по сравнению с однопоточным кодом.

Практическая часть экзамена

- а)  $u_t = u_{xx}; \quad x \in (0, \pi); \quad t > 0;$   
 $u|_{x=0} = 0; \quad u|_{x=\pi} = 1; \quad u|_{t=0} = \frac{x}{\pi} + 4\sin 3x;$   
 $u_0(x, t) = \frac{x}{\pi} + 4e^{-9t}\sin 3x.$
- б)  $u_t = u_{xx}; \quad x \in (0, 1); \quad t > 0;$   
 $u|_{x=0} = 2t; \quad u|_{x=1} = 1 + 2t; \quad u|_{t=0} = x^2;$   
 $u_0(x, t) = x^2 + 2t.$
- в)  $u_t = \frac{1}{2}u_{xx}; \quad x \in (0, 1); \quad t > 0;$   
 $u_x|_{x=0} = 0; \quad u|_{x=1} = 1 + t; \quad u|_{t=0} = x^2;$   
 $u_0(x, t) = x^2 + t.$
- г)  $u_t = u_{xx}; \quad x \in (0, 1); \quad t > 0;$   
 $u_x|_{x=0} = -1; \quad u_x|_{x=1} = 1; \quad u|_{t=0} = x(x-1);$   
 $u_0(x, t) = x^2 - x + 2t.$
- д)  $u_t = \frac{1}{6}u_{xx}; \quad x \in (0, 2); \quad t > 0;$   
 $u|_{x=0} = 0; \quad u_x|_{x=2} = 12 + t; \quad u|_{t=0} = x^3;$   
 $u_0(x, t) = x^3 + xt.$
- ж)  $u_t = 4u_{xx}; \quad x \in (0, \pi); \quad t > 0;$   
 $u_x|_{x=0} = 1; \quad u|_{x=\pi} = \pi - e^{-4t}; \quad u|_{t=0} = x + \cos x;$   
 $u_0(x, t) = x + e^{-4t}\cos x.$
- з)  $u_t = u_{xx}; \quad x \in (0, 2\pi); \quad t > 0;$   
 $u_x|_{x=0} = 0; \quad u_x|_{x=2\pi} = 0; \quad u|_{t=0} = \sin^2 \frac{x}{2};$   
 $u_0(x, t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-t}\cos x).$

52. Получить численное решение следующих краевых задач для уравнений эллиптического типа. Сравнить с аналитическим решением. В этом задании:  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Распараллелить код с использованием технологии OpenMP или MPI (на выбор преподавателя). Оценить ускорение по сравнению с однопоточным кодом.

- а)  $\Delta u = 0; \quad x \in (0, 1); \quad y \in (0, 1);$   
 $(u_x - u)|_{x=0} = 1; \quad u_x|_{x=1} = y + 1;$   
 $(u_y - u)|_{y=0} = 1; \quad u|_{y=1} = 2x + 1;$   
 $u_0(x, y) = xy + x + y.$
- б)  $\Delta u = 0; \quad x \in (0, 1); \quad y \in (0, 1);$   
 $(u_x - u)|_{x=0} = y(y + 1); \quad u_x|_{x=1} = y + 3;$   
 $u_y|_{y=0} = x; \quad u|_{y=1} = x^2 + 2x;$   
 $u_0(x, y) = x^2 - y^2 + xy + x + 1.$
- в)  $\Delta u = -2\sin x \cdot \sin y; \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}); \quad y \in (0, \pi);$   
 $u|_{x=0} = 0; \quad u_x|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0;$   
 $u_y|_{y=0} = \sin x; \quad u|_{y=\pi} = 0;$   
 $u_0(x, y) = \sin x \cdot \sin y.$
- г)  $\Delta u = -x\sin y; \quad x \in (0, 1); \quad y \in (0, \pi);$   
 $u|_{x=0} = 0; \quad u_x|_{x=1} = \sin y;$   
 $u_y|_{y=0} = x; \quad u|_{y=\pi} = 0;$   
 $u_0(x, y) = x\sin y.$

д)	$\Delta u + u = 0;$	$x \in (0, 2);$	$y \in (0, 4\pi);$
	$u_x _{x=0} = \sin y;$		$u _{x=2} = 2\sin y;$
	$u _{y=0} = 0;$		$u_y _{y=4\pi} = x;$
			$u_0(x, y) = x \sin y$
ж)	$\Delta u - u = 0;$	$x \in (0, 1);$	$y \in (0, 1);$
	$u_x _{x=0} = \operatorname{sh} y;$		$u _{x=1} = 0;$
	$(u_y - u) _{y=0} = x - 1;$		$u _{y=1} = (x - 1) \operatorname{sh} 1;$
			$u_0(x, y) = (x - 1) \operatorname{sh} y.$
з)	$\Delta u = e^u;$	$x \in (0, 1);$	$y \in (0, 1);$
	$u_x _{x=0} = \frac{-2}{y+1};$		$u_x _{x=1} = \frac{-2}{y+2};$
	$u_y _{y=0} = \frac{-2}{x+1};$		$u_y _{y=1} = \frac{-2}{x+2};$
			$u_0(x, y) = \ln\left(\frac{4}{(x+y+1)^2}\right).$

## 5.2. Темы письменных работ

Практические задания см. к разделам 1,2,3.

Задание для контрольной работы

Раскрыть подробно содержание одного из следующих вопросов:

1. Основные этапы построения модели.
2. Схема процесса математического моделирования объекта.
3. Основные особенности вычислительного эксперимента.
4. Иерархические цепочки моделей газа: Кинетические уравнения типа уравнения Больцмана.
5. Уравнения Эйлера для сжимаемого газа.
6. Уравнение Лапласа для потенциала.
7. Модели, основанные на применении законов классической механики к каждой частице среды. Уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости.
8. Модель Навье-Стокса для сжимаемого газа.
9. Система гидродинамических уравнений для сжимаемого вязкого теплопроводного газа.
10. Модель Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Кол-во
Л1.1	Самарский А. А., Михайлов А. П.	Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005, <a href="http://www.iprbookshop.ru/24708">http://www.iprbookshop.ru/24708</a>	1
Л1.2	Марчук Г. И.	Методы вычислительной математики	Санкт-Петербург: Лань, 2022, <a href="https://e.lanbook.com/book/210302">https://e.lanbook.com/book/210302</a>	1
Л1.3	Полянин А. Д., Зайцев В. Ф.	Нелинейные уравнения математической физики в 2 ч. Часть 2: учебное пособие для вузов	Москва: Юрайт, 2023, <a href="https://urait.ru/bcod e/514014">https://urait.ru/bcod e/514014</a>	10

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Кол-во
Л2.1	Зализняк В. Е.	Численные методы. Основы научных вычислений: Учебник и практикум для вузов	Москва: Юрайт, 2020, <a href="https://urait.ru/bcod e/449891">https://urait.ru/bcod e/449891</a>	1
Л2.2	Якименко И. В.	Методы, модели и средства обнаружения воздушных целей на атмосферном фоне широкоугольными оптико- электронными системами: монография	Санкт-Петербург: Лань, 2023, <a href="https://e.lanbook.com/book/303662">https://e.lanbook.com/book/303662</a>	1

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ( <a href="http://www.elibrary.ru">http://www.elibrary.ru</a> )
Э2	Web of Science Core Collection <a href="http://webofknowledge.com">http://webofknowledge.com</a> (WoS)
Э3	КиберЛенинка - научная электронная библиотека. <a href="http://cyberleninka.ru">http://cyberleninka.ru</a>
Э4	Журнал "Вычислительные методы и программирование" научное электронное периодическое издание, <a href="http://num-meth.srcc.msu.ru/">http://num-meth.srcc.msu.ru/</a>
Э5	ARXIV - крупнейший бесплатный архив электронных публикаций научных статей и их препринтов по физике, математике, астрономии, информатике и биологии, <a href="http://arxiv.org/">http://arxiv.org/</a>

#### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Операционная система Microsoft, пакет прикладных программ Microsoft Office.
6.3.1.2	Операционная система Linux.
6.3.1.3	GCC (GNU Compiler Collection, коллекция компиляторов GNU General Public License) - набор компиляторов, являющийся стандартным для ОС Linux.

<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем</b>	
6.3.2.1	Электронно-библиотечные системы:
	Электронно-библиотечная система Znanium. (Базовая коллекция). <a href="http://new.znanium.com/">http://new.znanium.com/</a>
	Электронно-библиотечная система издательства «Лань». <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
	Электронно-библиотечная система IPRbooks (Базовая коллекция). <a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>
	Электронная библиотечная система «Юрайт». <a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
6.3.2.2	Современные профессиональные базы данных:
	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ( <a href="http://www.elibrary.ru">http://www.elibrary.ru</a> )
	Евразийская патентная информационная система (ЕАПАТИС) ( <a href="http://www.eapatis.com">http://www.eapatis.com</a> )
	Национальная электронная библиотека (НЭБ) (нэб.рф)
6.3.2.3	Международные реферативные базы данных научных изданий
	Web of Science Core Collection <a href="http://webofknowledge.com">http://webofknowledge.com</a> (WoS)
	Архив научных журналов (NEICON) <a href="http://archive.neicon.ru">http://archive.neicon.ru</a>
6.3.2.4	Гарант-информационно-правовой портал. <a href="http://www.garant.ru/">http://www.garant.ru/</a>
6.3.2.5	КонсультантПлюс – надежная правовая поддержка. <a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a>
<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
7.1	Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий), групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения (доска, экран (стационарный или переносной), проектор). Компьютерный класс (лаборатория) для проведения лабораторных работ, практических занятий, курсового проектирования.
7.2	Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационную образовательную среду СурГУ:
	350, 351 Зал социально-гуманитарной и художественной литературы; 442 Зал естественно-научной и технической литературы научной библиотеки.
<b>8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
<p>Методические рекомендации по проведению основных видов учебных занятий</p> <p>При изучении дисциплины используются следующие основные методы и средства обучения, направленные на повышение качества подготовки аспирантов путем развития у аспирантов творческих способностей и самостоятельности:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Контекстное обучение – мотивация аспирантов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретными знаниями и его применением.</li> <li>- Проблемное обучение – стимулирование аспирантов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.</li> <li>- Обучение на основе опыта – активизация познавательной деятельности аспиранта за счет ассоциации и собственного опыта с предметом изучения.</li> <li>- Индивидуальное обучение – выстраивание аспирантами собственной образовательной траектории на основе формирования индивидуальной программы с учетом интересов аспирантов.</li> </ul> <p>Междисциплинарное обучение – использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.</p> <p>Лекции являются одним из основных методов обучения по дисциплинам, направленным на подготовку к кандидатскому экзамену, которые должны решать следующие задачи:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- изложить основной материал программы курса;</li> <li>- развить у аспирантов потребность к самостоятельной работе над учебником и научной литературой.</li> </ul> <p>Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Содержание лекций определяется рабочей программой курса. Привлечение графического и табличного материала на лекции позволит более объемно изложить материал.</p> <p>Целью практических занятий является:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-закрепление теоретического материала, рассмотренного аспирантами самостоятельно;</li> <li>-проверка уровня понимания аспирантами вопросов, рассмотренных самостоятельно по учебной литературе, степени и качества усвоения материала аспирантами;</li> <li>-восполнение пробелов в пройденной теоретической части курса и оказание помощи в его усвоении.</li> </ul> <p>В начале очередного занятия необходимо сформулировать цель, поставить задачи. Аспиранты выполняют задания, а преподаватель контролирует ход их выполнения путем устного опроса, проверки практических заданий.</p> <p>Методические рекомендации по организации самостоятельной работы аспирантов</p> <p>Целью самостоятельной работы аспирантов является формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу поиску новых неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.</p> <p>Методические рекомендации призваны помочь аспирантам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций, практических, литературы по вопросам физико-математических наук.</p> <p>Задачами самостоятельной работы являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений;</li> <li>-углубление и расширение теоретических знаний;</li> <li>-формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;</li> <li>-развитие познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;</li> </ul>	

-формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;  
-развитие исследовательских умений;

-использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на практических занятиях, для эффективной подготовки к зачетам и экзаменам.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется аспирантом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Основными видами самостоятельной работы аспиранта без участия преподавателя являются:

-формирование и усвоение содержания конспекта лекций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки и др.);

-составление аннотированного списка статей из соответствующих журналов по темам занятий;

-выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т.д.

Самостоятельная работа аспирантов осуществляется в следующих формах:

- подготовка к практическим занятиям,

- изучение дополнительной литературы и подготовка ответов на вопросы для самостоятельного изучения.

Самостоятельная работа аспирантов должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретенные во время прохождения других курсов. Составляющим компонентом его работы должно стать творчество. В связи с этим рекомендуется:

1. Начинать подготовку к занятию со знакомства с опубликованными законодательно-правовыми документами.

2. Обратит внимание на структуру, композицию, язык документа, время и историю его появления.

3. Определить основные идеи, принципы, тезисы, заложенные в документ.

4. Выяснить, какой сюжет, часть изучаемой проблемы позволяет осветить проанализированный источник.

5. Провести работу с неизвестными терминами и понятиями, для чего использовать словари терминов, энциклопедические словари, словари иностранных слов и др.

Затем необходимо ознакомиться с библиографией темы и вопроса, выбрать доступные Вам издания из списка основной литературы, специальной литературы, рекомендованной к лекциям и практическим занятиям. Рекомендованные списки могут быть дополнены.

Используйте справочную литературу. Поиск можно продолжить, изучив примечания и сноски в уже имеющихся у Вас в руках монографиях, статьях.

Методические рекомендации по проведению контрольной работы

1) готовясь к контрольной работе аспирант должен выполнить все практические задания, задаваемые во время проведения занятий и прояснить вместе с преподавателем все непонятные вопросы;

2) во время выполнения контрольной работы, аспирант получает задание, состоящее из нескольких отдельных вопросов и рассчитанное на два часа учебного времени.

Проведение промежуточной аттестации по дисциплине

Формой промежуточной аттестации освоения дисциплины является экзамен. Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются по 4-балльной шкале с оценками: «отлично»; «хорошо»; «удовлетворительно»; «неудовлетворительно».

Методические рекомендации по подготовке к кандидатскому экзамену

Организация и проведение кандидатских экзаменов в СурГУ регламентируется следующими документами:

Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. №842 «О порядке присуждения ученых степеней»,

Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28.03.2014 г. №247 «Порядок прикрепления лиц для сдачи кандидатских экзаменов, сдачи кандидатских экзаменов и их перечень»; СТО-2.12.11 «Порядок проведения кандидатских экзаменов».

Кандидатские экзамены являются формой промежуточной аттестации аспирантов, их сдача обязательна для присуждения ученой степени кандидата наук.

Цель кандидатского экзамена по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ состоит в проверке приобретенных аспирантами и соискателями ученой степени кандидата наук знаний, касающихся проблем разработки и адаптации математических моделей, методов математического моделирования, численных методов, разработки прикладного программного обеспечения, вычислительного эксперимента. Экзамен также ставит целью установить глубину профессиональных знаний соискателя ученой степени кандидата физико-математических наук, уровень подготовленности к самостоятельной научно-исследовательской работе.

К экзамену допускаются аспиранты и соискатели, не имеющие задолженности по дисциплинам учебного плана на момент сдачи экзамена.

Аспирант, не сдавший кандидатский экзамен по специальности, не считается завершившим обучение в аспирантуре.

Экзамен по специальности включает обсуждение двух теоретических вопросов в соответствии с дополнительной программой кандидатского экзамена, утверждённой проректором по учебно-методической работе СурГУ.

Для успешной сдачи экзамена аспиранту необходимо выполнить несколько требований:

1)регулярно посещать аудиторные занятия по дисциплине; пропуск занятий не допускается без уважительной причины;

2)в случае пропуска занятия аспирант должен быть готов ответить на экзамене на вопросы преподавателя, взятые из пропущенной темы;

3)аспирант должен точно в срок сдавать письменные работы на проверку и к следующему занятию удостовериться, что они зачтены;

4)готовясь к очередному занятию по дисциплине, аспирант должен прочитать соответствующие разделы в учебниках, учебных пособиях, монографиях и пр., рекомендованных преподавателем в программе дисциплины, и быть готовым продемонстрировать свои знания; каждое участие аспиранта в обсуждении материала на практических занятиях отмечается преподавателем и учитывается при ответе на экзамене.