

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Код, направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Технологии программирования и анализ данных
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Прикладной математики

Типовые задания для контрольной работы:

Семестр 1. Аналитическая геометрия (теория, методы, приложения)

1. Даны координаты вершин треугольника: A(3,1), B(-1,6), C(1,7). Найти: 1) уравнение прямой AC, 2) угол между сторонами AB и AC, 3) уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, 4) длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, 5) уравнение медианы, проведенной из вершины B, 6) уравнение прямой, проходящей через вершину C и параллельной прямой AB.
2. Определить линию, задаваемую следующим уравнением: $4x^2+3y^2-8x+12y-32=0$. Найти координаты центра С, фокусов, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис. Сделать чертеж.
3. Привести уравнение прямой $\begin{cases} 2x - 3y + 4z - 2 = 0 \\ 4x + 5y - z + 4 = 0 \end{cases}$ к каноническому виду.
4. Найти проекцию точки M(3,1,-1) на плоскость $3x+y+z-20=0$.
5. Составить уравнение плоскости α , которая проходит через точки $M_1(1; -1; -2)$ и $M_2(3; 1; 1)$ перпендикулярно плоскости $x - 2y + 3z - 5 = 0$.

Семестр 2. Линейная алгебра (теория, методы, приложения)

1. Доказать, что все n-мерные векторы, у которых первая и последняя координаты равны нулю, образуют линейное подпространство, найти его базис и размерность.
2. Привести к главным осям квадратичную форму: $f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 + 7x_3^2$.
3. Решить уравнение $x^2 - 5x + 25 = 0$.
4. Вычислить а) $\frac{(2+i)(3-2i)+3}{(5-i)(4+i)+3i}$, б) $\frac{(-\sqrt{3}+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{150}}$.
5. Найти все значения $\sqrt[3]{8i}$.

Типовые вопросы к экзамену:

Семестр 1. Аналитическая геометрия (теория, методы, приложения)

1. Векторы, операции над ними, свойства операций.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Базис, система координат. Декартова и полярная СК.
4. Проекция вектора на ось, координаты и модуль вектора.
5. Линейные операции над векторами, заданными координатами.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Свойства и геометрическое применение скалярного произведения векторов.
8. Векторное произведение векторов.
9. Свойства и геометрическое применение векторного произведения векторов.
10. Смешанное произведение векторов.
11. Свойства и геометрическое применение смешанного произведения векторов.
12. Приложения векторной алгебра для решения профессиональных задач
13. Деление отрезка в данном отношении.
14. Общее уравнение прямой на плоскости. Исследование общего уравнения прямой.
15. Каноническое, параметрическое уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Переход от одного типа уравнения к другому.
16. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
17. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
18. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.
19. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты гиперболы.
20. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
21. Эксцентриситет и директрисы для кривых 2-го порядка.
22. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости.
23. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
24. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
25. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
26. Общее, каноническое, параметрическое уравнения прямой в пространстве. Переход от одного типа уравнения к другому.
27. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
28. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

Семестр 2. Линейная алгебра (теория, методы, приложения)

1. Матрицы и их приложения. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
2. Определители 2-го и 3-го порядка. Свойства определителей.
3. Формулы Крамера для решения неоднородной СЛАУ произвольного порядка
4. Перестановки, подстановки, их четность, нечетность.
5. Понятие определителя произвольного порядка. Минор и алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа, ее следствие. Способы вычисления определителей произвольного порядка. Теорема об определителе произведения двух квадратных матриц.
6. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
7. Решение неоднородной СЛАУ матричным способом.
8. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
9. Теорема Кронекера – Капелли. Решение неоднородных СЛАУ. Метод Гаусса.
10. Однородные СЛАУ. Свойства решений однородной СЛАУ. Подпространство решений однородной СЛАУ. Базис и размерность подпространства решений однородной СЛАУ.

11. Многочлены и их корни.
12. Бинарная алгебраическая операция. Группа. Кольца, поля.
13. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами.
14. Тригонометрическая форма комплексных чисел.
15. Умножение, деление, возвведение в степень комплексных чисел. Извлечение корней n-ой степени из комплексных чисел
16. N-мерное линейное векторное пространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов.
17. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств
18. Ранг системы векторов. Теоремы о ранге системы векторов.
19. Базис, размерность системы векторов. Теорема о размерности конечномерных векторных пространств. Координаты вектора в базисе. Переход к новому базису.
20. Евклидовы пространства. Скалярное произведение векторов.
21. Линейные операторы. Матрица оператора. Матрица оператора в новом базисе.
22. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Теорема о собственных векторах, относящихся к различным собственным значениям.
23. Ортогональные операторы. Свойство матрицы ортогонального оператора. Свойства собственных значений и собственных векторов ортогонального оператора. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса ортогонального оператора.
24. Симметричные операторы. Свойство матрицы симметричного оператора. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричного оператора. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса симметричного оператора.
25. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Матрица квадратичной формы после выполнения линейного преобразования.
26. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к главным осям.