

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 20.06.2025 07:41:41
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Математический анализ

Код, направление подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Направленность (профиль)	Искусственный интеллект и экспертные системы
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра автоматизированных системы обработки информации и управления

1-й семестр

Типовые задания для контрольной работы:

Вариант 1

1. Найти предел:
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1} \right)^x$$
2. Найти производную третьего порядка для функции:
$$y = (x^2 + 1)\arctg x$$
3. Провести исследование функции и построить эскиз графика функции:
$$y = \frac{x^2 - 1}{x}$$

Вариант 2

1. Найти предел:
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+5} \right)^{2x}$$
2. Найти вторую производную функции: $f(x) = e^x \sqrt{x+1}$
3. Провести исследование функции и построить эскиз графика функции:
$$y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

Вариант 3

1. Найти предел:
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{3x^2}$$
2. Найти вторую производную функции: $f(x) = (x+1)\cos(5x+2)$
3. Провести исследование функции и построить эскиз графика функции:

$$y = \frac{x^2}{1-x^2}$$

Типовые вопросы к экзамену:

1. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Предел суммы бесконечно малых. Произведение бесконечно малой и ограниченной величин.
2. Арифметические действия над сходящимися последовательностями: предел суммы, произведения, частного. Критерий Коши сходимости последовательности.
3. Свойства сходящейся последовательности. Предельный переход в равенстве и неравенстве. Лемма о вложенных промежутках.
4. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
5. Предел монотонной функции. Частичные пределы. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Первый и второй замечательные пределы.
6. Определение непрерывной функции. Непрерывность слева и справа. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Классификация разрывов.
7. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении. Существование и непрерывность обратной функции для непрерывной функции. Теорема Вейерштрасса.
8. Определение производной. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Производные элементарных функций.
9. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Правила вычисления производных: умножение на константу, сумма, произведение, частное.
10. Дифференциал. Свойства дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы первого дифференциала.
11. Теорема Ферма. Теоремы Лагранжа и Ролля. Правило Лопиталья.
12. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора. Формулы Тейлора для элементарных функций.
13. Условия монотонности дифференцируемой функции. Необходимые и достаточные условия минимума и максимума. Асимптоты. Исследование функции и построение графика.
14. Первообразная и неопределенный интеграл. Табличные интегралы.
15. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
16. Интегрирование рациональных функций.
17. Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интеграл от дифференциального бинома.
18. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.
19. Верхняя и нижняя сумма Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.
20. Определенный интеграл с переменных верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
21. Определение площади открытых множеств. Вычисление площадей. Вычисление объема тел вращения.
22. Понятие параметрически заданной кривой. Вычисление длины кривой. Вычисление площади поверхности вращения.

2-й семестр

Типовые задания для контрольной работы:

Вариант 1

1. Найти частные производные второго порядка функции:

$$f = \frac{y}{x - y}$$

2. Найти точки экстремума функции:

$$u = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x$$

3. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dy \int_{\frac{1}{9}y^2}^y f \, dx + \int_1^3 dy \int_{\frac{1}{9}y^2}^1 f \, dx.$$

4. Исследовать на сходимость ряд с общим членом: $a_n = \frac{(2n+3)!}{(3n-5)3^n}$

Вариант 2

1. Найти частные производные второго порядка функции:

$$f = y^2(1 + e^x)$$

2. Найти точки экстремума функции:

$$u = x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x}$$

3. Вычислить двойной интеграл:

$$\iint_D y^2 dx dy, \text{ область } D \text{ ограничена параболой } x = y^2 \text{ и прямой } y = x - 2.$$

4. Исследовать ряд на сходимость и абсолютную сходимость: $a_n = \frac{(-1)^n}{n \ln^2 n}$

Вариант 3

1. Найти частные производные второго порядка функции:

$$f = y \sin(y/x)$$

2. Найти точки экстремума функции:

$$u = 3x^2y + y^3 - 12x - 15y + 3$$

3. Вычислить двойной интеграл:

$$\iint_D \frac{dx dy}{(x+y)^2}, \quad D = [3, 4] \times [1, 2].$$

4. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = \cos^2 3x$. Указать область сходимости полученного ряда.

Типовые вопросы к экзамену:

1. n -мерное арифметическое пространство и его свойства. Предел последовательности. Открытые и замкнутые множества. Непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных.
3. Градиент. Производная по направлению.
4. Старшие производные и дифференциалы. Формула Тейлора.
5. Исследование функции многих переменных на экстремум. Необходимые и достаточные условия экстремума. Условный экстремум.
6. неявные функции. неявные функции, заданные системой уравнений.
7. Определение и свойства меры Жордана.
8. Определение и свойства кратного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному.
9. Отображения областей. Якобиан отображения области. Замена переменных в кратном интеграле. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
10. Определение и свойства непрерывных кривых. Производная вектор-функции. Длина кривой.
11. Понятие числового ряда, его сходимости. Свойства сходящихся рядов.
12. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд. Обобщенный гармонический ряд.
13. Признак сравнения сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
14. Признак Даламбера сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
15. Интегральный признак сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
16. Признак Коши сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
17. Критерий Коши сходимости произвольных рядов. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
18. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана.
19. Степенные ряды. Теорема Абеля.
20. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Теорема о вычислении радиуса сходимости степенного ряда. Интервал сходимости степенного ряда.
21. Свойства степенных рядов.
22. Ряды Маклорена и Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа.
23. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды.
24. Тригонометрические ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье.
25. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
26. Ряд Фурье для функции с периодом $2l$.
27. Общий ряд Фурье. Ортогональные системы, полнота и замкнутость.
28. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье, формула обращения, свойства преобразования Фурье.