

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 20.06.2025 06:17:01
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

Код, направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Экспериментальной физики

Типовые задания для контрольной работы

1. Имеются две урны с шарами. В первой урне 5 шаров, из которых 2-белых шара и 3-черных. Во второй урне 6 шаров, из которых 3-белых шара, а 3- черных. Из первой урны случайным образом вытаскивается один шар и перекладывается во вторую урну (этот шар в дальнейшем мы будем называть «переложенным»). После этого шары во второй урне перемешивают, и из них случайным образом выбирается один шар и выбрасывается (этот шар в дальнейшем мы будем называть «выброшенным»).

1. Какова вероятность, что «выброшенный» шар - черный, если известно, что «переложенный» шар – белый?
2. Какова вероятность, что «выброшенный» шар - черный, если неизвестен цвет «переложенного» шара?
3. Какова вероятность, что «переложенный» шар - белый, если известно, что «выброшенный» шар – черный?
4. Какова вероятность, что «выброшенный» и «переложенный» шары разного цвета, если неизвестны цвета обоих шаров?
5. Какова вероятность, что «переложенный» шар - белый, если известно, что он разного цвета с «выброшенным» шаром?
6. После всего этого из первой урны было вынуто 5 шаров, причем шары вынимались по одному и с возвращением. Какова вероятность, что среди этих вынутых шаров оказалось ровно 2 белых, если известно, что «переложенный» шар – белый?

2. Имеется выборка некоторого объема, которая состоит из независимых одинаково распределенных случайных величин, имеющих нормальное распределение с неизвестным средним и неизвестной дисперсией:

0.44; 0.51; 0.38; 0.58; 0.52; 0.48; 0.27; 0.47; 0.54; 0.31; 0.36.

№ 1. Написать эмпирическую функцию распределения.

№ 2. Построить гистограмму с шагом 0.1.

№ 3. Оценить MX , DX , $\rho = P(X < 0.5)$.

№ 4. Найти доверительный интервал для MX с $\alpha = 0.95$, DX с $\alpha = 0.9$, P с $\alpha = 0.99$.

№ 5. Проверить

а) $H_0 = \{MX = 0.5\}$ с $H_1 = \{MX \neq 0.5\}$ $\alpha = 0.01$.

б) $H_0 = \{DX = 0.01\}$ с $H_1 = \{DX \neq 0.01\}$ $\alpha = 0.05$.

в) $H_0 = \{P = 0.05\}$ с $H_1 = \{P \neq 0.05\}$ $\alpha = 0.05$.

Типовые вопросы и практические задания для подготовки к зачету

	Вид задания
<i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i> 1. Элементы комбинаторики. 2. Случайные события. 3. Классическое определение вероятности. 4. Геометрические вероятности. 5. Условные вероятности. 6. Независимость событий. 7. Общее определение вероятности. 8. Формула полной вероятности и формула Байеса. 9. Последовательные испытания и Схема Бернулли. 10. Случайные величины и функции распределения. 11. Биномиальная, пуассоновская, равномерно распределённая, экспоненциально распределённая и нормально распределённая случайные величины. 12. Теорема Муавра-Лапласа. 13. Числовые характеристики случайных величин. 14. Законы распределения случайных величин. 15. Неравенство Чебышева. 16. Закон больших чисел. 17. Центральная предельная теорема. 18. Случайная выборка. 19. Эмпирическая функция распределения. 20. Оценка параметров распределения. 21. Выборочные моменты. 22. Асимптотические свойства выборочных моментов. 23. Неравенство Рао-Крамера. 24. Линейная корреляция. 25. Проверка статистических гипотез. 26. Метод максимального правдоподобия.	теоретический

	Вид задания
№ 1. Пусть S_n – число успехов в схеме Бернулли с испытаниями и вероятностью успеха $p = \frac{1}{3}$. а) Пусть $n = 1800$. Найти $P(575 < S_n < 635)$. б) Пусть $n = 1800$. При каком x $P(S_n \geq 635) \approx 0.6$?	практический

в) Пусть $n = 1800$. При каком y $P(|S_n - 600| \leq y) \approx 0.75$?

г) При каком n $P\left(\frac{S_n}{n} \geq 0.4\right) \approx 0.01$?

№ 2. Пусть $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$, где $\xi_1, \xi_2, \dots$ – независимые случайные величины, причем $\xi_i \in U[b, 3b]$, $n = 400$ и $P(S_n \geq Z) \approx 0.15$.

а) Если $b = \frac{1}{2}$, то чему равно z ?

б) Если $z = 400$, то чему равно b ?

№ 1. Из большой партии изделий выбрали 400 штук, из них 40 бракованных изделий с доверительной вероятностью $\alpha = 0.95$. Определить в каком интервале находится процент брака в этой партии?

№ 2. Тренер баскетбольной команды хочет принять игрока с учетом того, чтобы с вероятностью $\alpha = 0.95$ процент удачного попадания в корзину был выше 70%. Сколько раз из 100 подбрасываний выбранный баскетболист должен попасть в корзину, чтобы его приняли в команду?

№ 3. Были проведены 100 независимых испытаний, по которым найдена относительная частота $\frac{m}{n} = 0.14$. Проверить нулевую гипотезу $H_0 = \{p = p_0 = 0.2\}$ при конкурирующей гипотезе $H_1 = \{p \neq 0.2\}$ при уровне значимости 0,05.

№ 4. Сырье, поступающее на завод из карьера, содержит два полезных компонента – минералы A и B . Результаты анализов пятнадцати образцов сырья, поступившего в разное время из разных мест карьера, приведены в таблице, где ξ_i и ζ_i – выборочные значения пары случайных величин ξ и ζ , выражающих соответственно процентное содержание минералов A и B в образцах. Найти коэффициент корреляции этих случайных величин.

ξ_i	67	54	72	64	39	22	58	43	46	34	60	50	45	55	53
ζ_i	24	15	23	19	16	11	20	16	17	13	20	15	12	22	23