

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 18.06.2025 11:57:51
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

**БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА-ЮГРЫ
«Сургутский государственный университет»**

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебно-методической работе
_____ Е.В. Коновалова
«11» июня 2025 г.

Институт среднего медицинского образования

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине**

ПД.01 МАТЕМАТИКА

| | |
|----------------|----------------------------------|
| Специальность | 34.02.01 Сестринское дело |
| Форма обучения | очная |

Сургут, 2025 г.

Фонд оценочных средств разработан на основе:

- федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 34.02.01 Сестринское дело, утвержденного приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 04 июля 2022 г. № 527;
- федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 12 августа 2022 г. № 732

Разработчик:

Галиякбарова Э.Р., преподаватель

Ф.И.О., ученая степень, звание, должность

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании МО «Социально-гуманитарные дисциплины»

«24» апреля 2025 года, протокол № 8

Председатель МО _____ Домбровская О.В., преподаватель

Ф.И.О., ученая степень, звание, должность

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании учебно-методического совета института среднего медицинского образования

«03» июня 2025 года, протокол № 5

Директор _____ Бубович Е. В., к.м.н., доцент

Ф.И.О., ученая степень, звание, должность

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

1. Паспорт фонда оценочных средств

В результате освоения дисциплины «Математика» обучающийся должен продемонстрировать общие и дисциплинарные (предметные) результаты освоения учебной дисциплины, которые формируют профессиональные и общие компетенции:

| Общие компетенции | Планируемые результаты обучения | |
|--|--|---|
| | Общие | Дисциплинарные |
| ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам | <p>В части трудового воспитания:</p> <ul style="list-style-type: none"> - готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; - готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; - интерес к различным сферам профессиональной деятельности, <p>Овладение универсальными учебными познавательными действиями:</p> <p>а) базовые логические действия:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; - устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения; - определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; - выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях; - вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - развивать креативное мышление при решении жизненных проблем | <ul style="list-style-type: none"> - владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; - уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие |

| | | |
|--|---|--|
| | <p>б) базовые исследовательские действия:</p> <ul style="list-style-type: none"> - владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; - выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях; - уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - уметь интегрировать знания из разных предметных областей; - выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения; <p>и способность их использования в познавательной и социальной практике</p> | <p>значения, нахождение пути, скорости и ускорения;</p> <ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; - уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять |
|--|---|--|

| | | |
|--|--|---|
| | | <p>вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве;</p> |
|--|--|---|

| | | |
|--|--|--|
| | | <p>умение распознавать правильные многогранники;</p> <p>уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;</p> <p>- уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;</p> <p>- уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки</p> |
| <p>ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности</p> | <p>В области ценности научного познания:</p> <p>- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;</p> <p>- совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира;</p> | <p>- уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;</p> |

| | | |
|---|--|--|
| | <p>- осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.</p> <p>Овладение универсальными учебными познавательными действиями:</p> <p>в) работа с информацией:</p> <p>- владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;</p> <p>- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;</p> <p>- оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;</p> <p>- использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;</p> <p>- владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности</p> | <p>- уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;</p> <p>- уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни</p> |
| <p>ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать</p> | <p>В области духовно-нравственного воспитания:</p> <p>- сформированность нравственного сознания, этического поведения;</p> <p>- способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения,</p> | <p>- уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб,</p> |

| | | |
|---|---|--|
| <p>знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях</p> | <p>ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности;</p> <ul style="list-style-type: none"> - осознание личного вклада в построение устойчивого будущего; - ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России; <p>Овладение универсальными регулятивными действиями:</p> <p>а) самоорганизация:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; - давать оценку новым ситуациям; <p>способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень;</p> <p>б) самоконтроль:</p> <p>использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения;</p> <ul style="list-style-type: none"> - уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению; <p>в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность:</p> <p>внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей;</p> | <p>параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара;</p> <p>умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники;</p> <ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками |
|---|---|--|

| | | |
|--|---|---|
| | <p>- эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию;</p> <p>- социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты</p> | |
| <p>ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p> | <p>готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению;</p> <p>- овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;</p> <p>Овладение универсальными коммуникативными действиями:</p> <p>б) совместная деятельность:</p> <p>- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;</p> <p>- принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников, обсуждать результаты совместной работы;</p> <p>- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;</p> <p>- осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным.</p> <p>Овладение универсальными регулятивными действиями:</p> <p>г) принятие себя и других людей:</p> <p>- принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности;</p> <p>- признавать свое право и право других людей на ошибки;</p> | <p>- уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;</p> <p>- уметь свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;</p> <p>- уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;</p> |

| | | |
|---|--|--|
| | <p>- развивать способность понимать мир с позиции другого человека</p> | <p>- уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;</p> <p>- свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции;</p> <p>- уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем</p> |
| <p>ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p> | <p>В области эстетического воспитания:</p> <p>- эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений;</p> <p>- способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства;</p> <p>- убежденность в значимости для личности и общества отечественного и мирового искусства, этнических культурных традиций и народного творчества;</p> <p>- готовность к самовыражению в разных видах искусства, стремление проявлять качества творческой личности;</p> <p>Овладение универсальными коммуникативными действиями:</p> <p>а) общение:</p> <p>- осуществлять коммуникации во всех сферах жизни;</p> | <p>- уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;</p> <p>- уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между</p> |

| | | |
|---|--|---|
| | <p>- распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты;</p> <p>- развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств</p> | <p>прямыми, расстояние между плоскостями;</p> <p>- уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира</p> |
| <p>ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения</p> | <p>- осознание обучающимися российской гражданской идентичности;</p> <p>- целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения, правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы;</p> <p>В части гражданского воспитания:</p> <p>- осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка;</p> <p>- принятие традиционных национальных, общечеловеческих гуманистических и демократических ценностей;</p> <p>- готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;</p> <p>- готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общеобразовательной организации и детско-юношеских организациях;</p> | <p>- уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;</p> <p>- *уметь оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; уметь формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;</p> <p>- *уметь свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; уметь задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;</p> <p>- *уметь выбирать подходящий метод для решения задачи;</p> |

| | | |
|---|---|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> - умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; - готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности; патриотического воспитания: - сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России; - ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде; - идейная убежденность, готовность к служению и защите Отечества, ответственность за его судьбу; освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); - способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; - овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности | <p><i>понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; уметь распознавать проявление законов математики в искусстве, уметь приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки</i></p> |
| <p>ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об</p> | <ul style="list-style-type: none"> - не принимать действия, приносящие вред окружающей среде; - уметь прогнозировать неблагоприятные экологические | <ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные |

| | | |
|--|--|---|
| <p>изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях</p> | <p>последствия предпринимаемых действий, предотвращать их;</p> <ul style="list-style-type: none"> - расширить опыт деятельности экологической направленности; - разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов; - осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду; - уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности; - предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости; - давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям | <p>элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение пути, скорости и ускорения;</p> <ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - уметь вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы |
| <p>ПК 1.1. Организовывать рабочее место</p> | <ul style="list-style-type: none"> - понимать важность организации рабочего места для эффективности и безопасности - способность планировать рабочее пространство с учетом эргономических требований и потребностей задачи - иметь навыки рационального использования ресурсов и времени при подготовке рабочего места | <ul style="list-style-type: none"> - уметь рассчитывать необходимое количество расходных материалов (шприцы, иглы, ватные шарики и т.д.) на основе количества пациентов или запланированных процедур. - уметь рассчитать площадь обрабатываемой поверхности антисептиком. - уметь оценивать габаритные размеры оборудования и располагать его эргономично. - оценивать затраты времени и расходных материалов на выполнение определенной процедуры. (Например, сколько времени займет подготовка и проведение внутривенной инфузии на одного пациента, а затем рассчитать для всех пациентов). - уметь соотносить размеры рабочего стола и предметов, |

| | | |
|--|---|--|
| | | необходимых для проведения определенных процедур. |
| ПК 1.2. Обеспечивать безопасную окружающую среду | <ul style="list-style-type: none"> - понимание значимости безопасной окружающей среды для предотвращения несчастных случаев и профессиональных заболеваний - способность выявлять потенциальные опасности и риски в рабочей среде - навыки применения методов и средств для снижения рисков и обеспечения безопасности | <ul style="list-style-type: none"> - умение рассчитывать концентрацию дезинфицирующих растворов для обработки поверхностей, оборудования и медицинских отходов (уже упоминалось, но важно повторить). - умение определять необходимое время экспозиции для дезинфекции и стерилизации с учетом концентрации дезинфицирующего средства и типа микроорганизмов. - умение рассчитывать объем отходов класса Б для выбора контейнеров нужного размера и планирования их утилизации. - умение оценивать риски, связанные с концентрацией паров дезинфицирующих средств в воздухе (например, для расчета времени проветривания помещения). - умение анализировать уровень шума в помещении. |
| ПК 3.1. Консультировать население по вопросам профилактики заболеваний | <ul style="list-style-type: none"> - понимать роль профилактики заболеваний в сохранении здоровья населения - способность устанавливать доверительные отношения с пациентами и членами их семей - навыки эффективной коммуникации и представления информации в доступной форме | <ul style="list-style-type: none"> - умение понимать и интерпретировать статистические данные о заболеваемости, распространенности заболеваний и эффективности профилактических мероприятий. - понимание концепций относительного риска и отношения шансов и умение их рассчитывать (базовый уровень). - умение понимать и интерпретировать статистические данные о заболеваемости, распространенности заболеваний и эффективности профилактических мероприятий. - понимание концепций относительного риска и отношения шансов и умение их рассчитывать (базовый уровень). - умение представлять статистические данные в виде простых графиков и таблиц (например, для наглядной |

| | | |
|--|---|--|
| | | <p>демонстрации эффективности вакцинации).</p> <ul style="list-style-type: none"> - объяснение пациентам, как рассчитать ИМТ, и помощь в интерпретации результатов. - объяснение рекомендаций по физической активности и помощь в расчете необходимого времени и интенсивности упражнений (например, в минутах в неделю, MET). - расчет калорий и БЖУ для пациента. - оценка эффективности терапии на основе числовых показателей остных графиков и таблиц (например, для наглядной демонстрации эффективности вакцинации). - расчет индекса массы тела (ИМТ) и интерпретация: объяснение пациентам, как рассчитать ИМТ, и помощь в интерпретации результатов. - объяснение рекомендаций по физической активности и помощь в расчете необходимого времени и интенсивности упражнений (например, в минутах в неделю, MET). - расчет калорий и БЖУ для пациента. - оценка эффективности терапии на основе числовых показателей |
| <p>ПК 4.1. Проводить оценку состояния пациента</p> | <ul style="list-style-type: none"> - умение интерпретировать числовые данные, полученные при измерении жизненно важных показателей, расчете ИМТ и анализе результатов лабораторных исследований, для оценки состояния пациента и выявления отклонений от нормы - способность анализировать взаимосвязь между различными числовыми показателями и клиническими симптомами для формирования целостного представления о состоянии пациента - умение использовать результаты математических расчетов и измерений для | <ul style="list-style-type: none"> - умение измерять жизненно важные показатели (температура тела, пульс, артериальное давление, частота дыхания, сатурация) |

| | | |
|---|---|--|
| | <p>принятия обоснованных решений о дальнейшем наблюдении и уходе за пациентом</p> <ul style="list-style-type: none"> - умение четко и ясно объяснять пациенту или его родственникам значения полученных числовых показателей (например, ИМТ, артериальное давление) и их влияние на здоровье | |
| <p>ПК 4.2. Выполнять медицинские манипуляции при оказании медицинской помощи пациенту</p> | <ul style="list-style-type: none"> - осознание критической важности точности математических расчетов при выполнении медицинских манипуляций, особенно при расчете дозировок лекарственных средств и скорости инфузии, чтобы избежать ошибок, которые могут нанести вред пациенту. - умение применять алгоритмы и протоколы, включающие математические расчеты, для стандартизации выполнения медицинских манипуляций и минимизации риска ошибок - способность контролировать и перепроверять результаты математических расчетов перед введением лекарственных препаратов или выполнением других манипуляций, чтобы обеспечить безопасность пациента - стремление к постоянному совершенствованию математических навыков и знаний для обеспечения и эффективности медицинской помощи | <ul style="list-style-type: none"> - расчет дозировок лекарственных средств: умение рассчитывать дозировки лекарственных средств на основе веса пациента, концентрации раствора и предписания врача (абсолютно критично!). - расчет скорости инфузии: умение рассчитывать скорость введения внутривенных растворов. - преобразование единиц измерения: умение преобразовывать единицы измерения массы, объема и концентрации. - приготовление растворов: умение правильно разводить лекарственные препараты для получения необходимой концентрации. - оценка адекватности дозировки: способность оценивать, находится ли рассчитанная дозировка в пределах безопасного терапевтического диапазона. - расчет количества кислорода, необходимого пациенту на основе показаний пульсоксиметра. - расчет необходимого для введения раствора для регидратации при дегидратации. - пересчет концентрации растворов для инфузий (например, пересчет процентного раствора глюкозы в мг/мл). - определение площади ожогов. - оценка объема диуреза. |

Формирование личностных результатов реализации программы воспитания по специальности 34.02.01 Сестринское дело:

| Личностные результаты реализации программы воспитания (дескрипторы) | Код личностных результатов реализации программы воспитания |
|---|---|
| Осознающий себя гражданином и защитником великой страны. | ЛР 1 |
| Осознающий приоритетную ценность личности человека; уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях, во всех формах и видах деятельности. | ЛР 7 |
| Соблюдающий и пропагандирующий правила здорового и безопасного образа жизни, спорта; предупреждающий либо преодолевающий зависимости от алкоголя, табака, психоактивных веществ, азартных игр и т.д. Сохраняющий психологическую устойчивость в ситуативно сложных или стремительно меняющихся ситуациях. | ЛР 9 |

Форма аттестации по дисциплине: экзамен.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Контроль и оценка результатов освоения общеобразовательной дисциплины раскрываются через дисциплинарные результаты, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций по разделам и темам содержания учебного материала.

| Общая/профессиональная компетенция | Раздел/Тема | Тип оценочных мероприятия |
|---|---|--|
| ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам | Р 1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р 2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р 3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р 4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р 5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6 Р 6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности | Р 1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р 3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р 6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р 7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ОК 03. Планировать и реализовывать собственное | Р 1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. | Тестирование Устный опрос |

| | | |
|--|---|--|
| <p>профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях</p> | <p>Р 2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р 3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р 4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р 6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р 7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4</p> | <p>Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p> |
| <p>ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p> | <p>Р 1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р 2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р 3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р 4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р 5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6</p> | <p>Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p> |
| <p>ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p> | <p>Р 1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р 3, Темы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 Р 6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р 7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4</p> | <p>Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p> |
| <p>ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения</p> | <p>Р 1, Тема 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4. Р 4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 Р 5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6</p> | <p>Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене</p> |
| <p>ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата,</p> | <p>Р 2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 Р 4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10</p> | <p>Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа</p> |

| | | |
|--|---|---|
| принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях | Р 5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5, 5.6 Р 6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 | Представление результатов практических работ Защита творческих работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ПК 1.1. Организовывать рабочее место | Р 2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ПК 1.2. Обеспечивать безопасную окружающую среду | Р 2, Темы 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 П-о/с, 2.7 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ПК 3.1. Консультировать население по вопросам профилактики заболеваний | Р 7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4, 7.5 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ПК 4.1. Проводить оценку состояния пациента | Р 1, Темы 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
| ПК 4.2. Выполнять медицинские манипуляции при оказании медицинской помощи пациенту | Р 1, Темы 1.1, 1.2, 1.3 П-о/с, 1.4 Р 4, Темы 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 П-о/с, 4.8, 4.9, 4.10 | Тестирование Устный опрос Математический диктант Индивидуальная самостоятельная работа |

| | | |
|--|--|--|
| | Р 5, Темы 5.1, 5.2, 5.3 П-о/с, 5.4, 5.5 П-о/с, 5.6 Р 6, Темы 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 П-о/с, 6.8 Р 7, Темы 7.1, 7.2 П-о/с, 7.3, 7.4, 7.5 | Представление результатов практических работ Контрольная работа Выполнение заданий на экзамене |
|--|--|--|

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

3.1. Типовые задания для текущего контроля

Раздел 1. Повторение курса математики основной школы

Тема 1.1. Цель и задачи математики при освоении специальности. Числа и вычисления.

Перечень вопросов:

1. Какие разделы математики средний медицинский персонал непосредственно использует в своей профессиональной деятельности?
2. Дайте определение обыкновенной дроби.
3. Сформулируйте основное свойство дроби. При ответе на вопрос используйте справочные материалы
4. Можно ли применять к дробным числам законы сложения и умножения натуральных чисел?
5. Какие числа называются натуральными? При ответе на вопрос используйте справочные материалы
6. Какие вычисления называются приближёнными? Приведите примеры использования приближённых вычислений в сфере своей деятельности?
7. Каким числом может быть основание степени?
8. Что значит возвести число в n-ую степень?

Задания:

1. Найдите натуральное число x , про которое известно, что оно:
а) больше 5246, и меньше 5256 и при этом делится на 6;
б) больше 6864, но меньше 6872 и при этом делится на 9;
в) больше 9347, но меньше 9362 и при этом делится на 15;
г) больше 7572, но меньше 7590 и при этом делится на 18
2. Разложите на простые множители числа:
а) 95 256; б) 968 000; в) 444 528; г) 178 200
3. Найдите остаток от деления числа:
а) 43 215 436 на 10; б) 1 234 321 на 3; в) 1 234 567 на 9; г) 3 456 785 на 6
4. В числе 7345... заполните пропуск такой цифрой, чтобы число:
а) при делении на 9 давало в остатке 2;
б) при делении на 5 давало в остатке 3;
в) при делении на 25 давало в остатке 7;
г) при делении на 11 давало в остатке 10
5. Вычислите:
а) $\frac{5^{-4} \cdot 15^6}{(3^{-5})^{-2}}$; б) $\frac{4^3 \cdot 14^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7}$; в) $\frac{8^{-3} \cdot 10^5}{5^6 \cdot 2^{-2}}$; г) $\frac{3^5 \cdot 6^{-6}}{(2^3)^{-4}}$
6. Упростите выражение:
а) $\left(\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2}\right) \cdot \frac{1}{(2x-2)^{-2}}$;
б) $\left(\frac{y+2}{y^2-y-6} - \frac{y}{y^2-6y+9}\right) : (3y-9)^2$
7. Найдите значение выражения:
а) $\sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} + 3\sqrt{2}$;

$$б) \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$$

8. Велосипедист проехал 30 км от города до турбазы. На обратном пути он ехал 2 ч с той же скоростью, а затем на 3 км/ч быстрее и затратил на обратный путь на 6 мин меньше, чем на путь их города до турбазы. Какое время затратил велосипедист на обратный путь?

Тема 1.2. Процентные вычисления. Уравнения и неравенства

Перечень вопросов:

1. Что такое процент? Как выразить в процентах долю вещества?
2. Какие вам известны способы решения задач «на проценты»?

Задания:

1. Решите уравнение методом введения новой переменной:
 - а) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$; б) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$;
 - в) $2(x^2 - 1)^2 - 13(x^2 - 1) - 24 = 0$; г) $(x^2 - 4x)^2 + 9(x^2 - 4x) + 20 = 0$
2. Решите уравнение:
 - а) $\frac{x}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{10-x}{x^2-2}$; б) $\frac{6}{x^2-4x+3} - \frac{13-7x}{1-x} = \frac{3}{x-3}$; в) $\frac{3}{x} - \frac{6}{x^2-3x} = \frac{3x-7}{3-x}$
3. Решите иррациональное уравнение: а) $\sqrt{x+4} = 3$; б) $\sqrt{\frac{x+7}{x+2}} = 3$; в) $\sqrt{x^2 - 5x} = 6$
4. Решите неравенство: а) $2 + 5x > -3$; б) $\frac{2+x}{10} > \frac{3x-1}{15}$; в) $3x^2 - 4x + 1 \leq 0$
5. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} 15x + 60 < 0, \\ -42 - 6x \geq 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} -28 - 4x \leq 0, \\ 5x + 35 \leq 0 \end{cases}$
6. Университет в течение двух лет увеличивал количество принятых студентов на один и тот же процент. На сколько процентов увеличивался прием студентов ежегодно, если количество поступивших возросло с 2000 человек до 2880?
7. Двое рабочих вместе могут справиться с заданием за 2 ч. Если один из них сделает 40% задания, а затем второй – оставшуюся часть работы, то на выполнение задания понадобится 4 ч. За какое время сможет выполнить все задание каждый рабочий, действуя в одиночку, если известно, что производительность труда у них различная?
8. В сплав с серебром, содержащий 80 г золота, добавили 100 г золота. В результате содержание золота в сплаве увеличилось на 20%. Сколько граммов серебра в сплаве?

Тема 1.3. Процентные вычисления в профессиональных задачах

Задачи:

1. Подоходный налог установлен в размере 12%. До вычета подоходного налога 1% от заработной платы отчисляется в пенсионный фонд. Работнику начислено 50000 руб. Сколько он получит после указанных вычетов?
2. В первом квартале некоторый товар стоил 1000 руб. Во втором квартале цена повысилась на 50%, а в третьем ещё на 100%. Сколько стал стоить этот товар?
3. Первый банк дает 5% годовых, а второй – 10%. Вкладчик часть своих денег положил в первый банк, а остальные – во второй. Через 2 года суммарное число вложенных денег увеличилось на 18,85%. Какую долю своих денег положил вкладчик в первый банк?
4. Первоначальная цена на некоторый товар была повышена на 44%, затем 2 раза понижалась на одинаковое число процентов. В результате окончательная цена товара оказалась на 19% меньше первоначальной. На сколько процентов производилось двукратное снижение цены?
5. Клиент взял в банке кредит 480 000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год

- выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?
- Для терапевтического отделения получено 56 упаковок со шприцами, что составляет 80% от заказанного. Сколько упаковок ещё требуется получить?
 - В приёмное отделение за сутки поступило 56 чел. Из них в 3 случаях было отказано в госпитализации, а 24 поступивших были отправлены в травматологическое отделение. Сколько процентов от госпитализированных были отправлены в травматологическое отделение?
 - Рассчитать заработную плату фармацевтическому работнику аптеки медицинской организации. Фармацевт, стаж работы 10 лет, имеет высшую квалификационную категорию, 1 ребенок, полный рабочий месяц. Член профсоюза. Оклад 19 000, надбавка за высшую категорию – 30% от оклада, за стаж – 30% от оклада, за вредность – 15% от оклада.
 - Определите процентную концентрацию раствора, полученного при смешивании 150 мл 20% и 300 мл 15% растворов. Ответ округлите до целых?
 - Введено 300 мл 20% глюкозы. Сколько единиц инсулина (1 ЕД расщепляет 4 г сахара) нужно ввести пациенту для исключения нарушения метаболических процессов в организме?

Тема 1.4. Решение задач. Входной контроль Задания входного контроля

Обязательная часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных:

1. (1 балл) Раскройте формулу сокращенного умножения $a^2 - b^2$:

А) $a^2 - 2ab + b^2$; Б) $(a-b)(a+b)$; В) $a^2 + 2ab - b^2$; Г) $(a-b)(a-b)$

2. (1 балл) Площадь треугольника вычисляется по формуле:

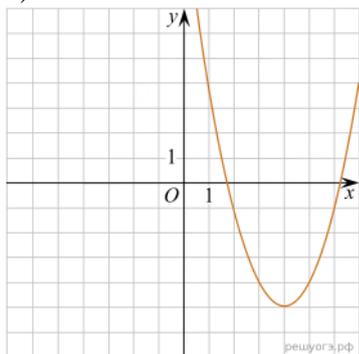
А) $S = a \cdot b$; Б) $S = (a \cdot b) / 2$; В) $S = 2a \cdot b$; Г) $S = (a \cdot b) / 3$.

3. (1 балл) Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{10}{17}$ и $\frac{5}{8}$?

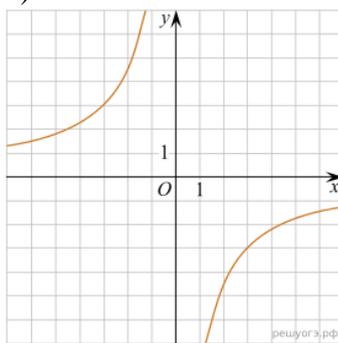
А) 0,4; Б) 0,5; В) 0,6; Г) 0,7

4. (1 балл) Даны графики функций. Какая формула соответствует графику 3):

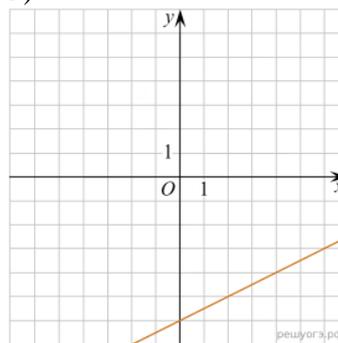
1)



2)



3)



А) $y = \frac{1}{2}x - 6$; Б) $y = x^2 - 8x + 11$; В) $y = -\frac{9}{x}$; Г) $y = x + 5$.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.

5. (2 балла) Вычислите: $\frac{1}{2} + \frac{11}{5}$.

6. (2 балла) Решите уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.
7. (2 балла) Для ремонта требуется 57 рулонов обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 5 рулонов?
8. (2 балла) Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 2$ и $HD = 32$. Диагональ параллелограмма BD равна 40. Найдите площадь параллелограмма.

Дополнительная часть

При выполнении задания 9 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

9. (3 балла) Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Эталоны ответов:

| | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|------------|----------|-----------|------------|----------|
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Ответ | Б | Б | В | А | 2,7 | 2 | 12 | 816 | 8 |

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве

Тема 2.1. Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей

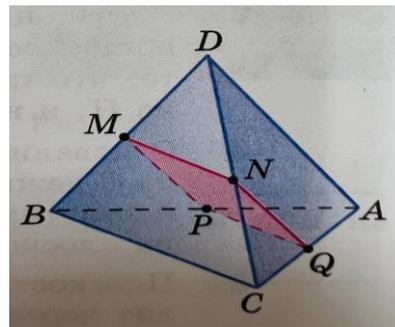
Перечень вопросов:

- Верно ли, что:
 - любые три точки лежат в одной плоскости;
 - любые четыре точки лежат в одной плоскости;
 - любые четыре точки не лежат в одной плоскости;
 - через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна?
- Точки A , B , C , и D не лежат на одной плоскости.
 - Могут ли какие-то три из них лежать на одной прямой?
 - Могут ли прямые AB и CD пересекаться?
 Ответ обоснуйте.
- Верно ли утверждение:
 - если две точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости;
 - если три точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости?
- Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она:
 - пересекает две стороны треугольника;
 - проходит через одну из вершин треугольника?
- Могут ли две плоскости иметь:
 - только одну общую точку;
 - только две общие точки;
 - только одну общую прямую?
- Прямые a и c параллельны, а прямые a и b пересекаются. Могут ли прямые b и c быть параллельными?
- Могут ли скрещивающиеся прямые a и b быть параллельными прямой c ?
- Может ли каждая из двух скрещивающихся прямых быть параллельна третьей прямой?

Ответ обоснуйте.

Задачи:

1. Докажите, что через три данные точки, лежащие на прямой, проходит плоскость. Сколько существует таких плоскостей?
2. Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.
3. Две прямые пересекаются в точке М. Докажите, что все прямые, не проходящие через точку М и пересекающие данные прямые, лежат в одной плоскости. Лежат ли в одной плоскости все прямые, проходящие через точку М?
4. Даны прямая и точка, не лежащая на этой прямой. Докажите, что все прямые, проходящие через данную точку и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости.
5. Три прямые проходят через одну точку. Через каждые две из них проведена плоскость. Сколько всего проведено плоскостей?
6. Через точку М, не лежащую на прямой a , проведены две прямые, не имеющие общих точек с прямой a . Докажите, что по крайней мере одна из этих прямых и прямая a являются скрещивающимися прямыми.
7. Прямая c пересекает прямую a и не пересекает прямую b , параллельную прямой a . Докажите, что b и c - скрещивающиеся прямые.
8. Прямые OB и CD параллельные, а OA и CD – скрещивающиеся прямые. Найдите угол между прямыми OA и CD , если а) $\angle AOB = 40^\circ$; б) $\angle AOB = 135^\circ$; в) $\angle AOB = 90^\circ$



Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Перечень вопросов:

1. Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны?
2. Точка М не лежит на прямой a . Сколько прямых, не пересекающих прямую a , проходит через точку М? Сколько из этих прямых параллельны прямой a .
3. Могут ли скрещивающиеся прямые a и b быть параллельными прямой c ?
4. Существует ли тетраэдр, у которого пять углов граней прямые?
5. Какие многоугольники могут получиться в сечении: а) тетраэдра; б) параллелепипеда?

Задачи:

1. Параллельные прямые a и b лежат в плоскости α . Докажите, что прямая c , не пересекающая прямые a и b , также лежит в плоскости α .
2. На рисунке 1 точки М, N? Q и P – середины отрезков DB, DC, AC и AB. Найдите периметр четырехугольника MNQP, если $AD = 12$ см, $BC = 14$ см.
3. Точка С лежит на отрезке АВ. Через точку А проведена плоскость, а через точки В и С – параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B_1 и C_1 . Найдите длину отрезка CC_1 , если: а) точка С – середина отрезка АВ и $BB_1 = 7$ см; б) $FC:CB = 3:2$ и $BB_1 = 20$ см.
4. Треугольники ABC и ABD не лежат в одной плоскости. Докажите, что любая прямая, параллельная отрезку CD, пересекает плоскости данных треугольников.
5. В тетраэдре DABC дано: $\angle ADB = 54^\circ$, $\angle BDC = 72^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$, $DA = 20$ см, $BD = 18$ см, $DC = 21$ см. Найдите: а) ребра основания ABC данного тетраэдра; б) площади всех боковых граней.
6. Дан параллелепипед ABCDA₁B₁C₁D₁. Докажите, что $AC \parallel A_1C_1$ и $BD \parallel B_1D_1$.

- Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через: а) ребро CC_1 и точку пересечения диагоналей грани $AA_1 D_1 D$; б) точку пересечения диагоналей грани $ABCD$ параллельно плоскости $AB_1 C_1$.

Индивидуальная самостоятельная работа:

- Докажите, что если прямые AB и CD скрещивающиеся, то прямые AC и BD тоже скрещивающиеся.
- Через концы отрезка AB и его середину M проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках A_1, B_1 и M_1 . Найдите длину отрезка MM_1 , если отрезок AB не пересекает плоскость и если $AA_1 = 5$ м, $BB_1 = 7$ м.
- Даны параллельные плоскости α и β . Через точки A и B плоскости α проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β в точках A_1 и B_1 . Найдите $A_1 B_1$, если $AB = 5$ см.
- Две плоскости параллельны между собой. Из точки M , не лежащей ни в одной из этих плоскостей, ни между плоскостями, проведены две прямые, пересекающие эти плоскости соответственно в точках A_1 и A_2, B_1 и B_2 . Известно, что $MA_1 = 4$ см, $B_1 B_2 = 9$ см, $A_1 A_2 = MB_1$. Найдите MA_2 и MB_2 .

Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Перечень вопросов:

- Верно ли утверждение: если две прямые в пространстве перпендикулярны к третьей прямой, то эти прямые параллельны? Верно ли это утверждение при условии, что все три прямые лежат в одной плоскости?
- Параллельные прямые b и c лежат в плоскости α , а прямая a перпендикулярна к прямой b . Верно ли утверждение: а) прямая a перпендикулярна к прямой c ; б) прямая a пересекает плоскость α ?
- Прямая a перпендикулярна к плоскости α , а прямая b не перпендикулярна к этой плоскости. Могут ли прямые a и b быть параллельными?

Задачи:

- Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Докажите, что:
а) $DC \perp B_1 C_1$ и $AB \perp A_1 D_1$, если $\angle BAD = 90^\circ$;
б) $AB \perp C_1 C_1$ и $DD_1 \perp A_1 B_1$, если $AB \perp DD_1$
- Через точку O пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна a , проведена прямая OK , перпендикулярная к плоскости квадрата. найдите расстояние от точки K до вершин квадрата. Найдите расстояние от точки K до вершин квадрата, если $OK = b$.
- В треугольнике ABC сумма углов A и B равна 90° . Прямая BD перпендикулярна к плоскости ABC . Докажите, что $CD \perp AC$.
- Через вершину B квадрата $ABCD$ проведена прямая BM . Известно, что $\angle MBA = \angle MBC = 90^\circ$, $MB = m$, $AB = n$. Найдите расстояние от точки M до:
а) вершин квадрата;
б) прямых AC и BD
- Докажите, что если одна из двух параллельных плоскостей перпендикулярна к прямой, то и другая плоскость перпендикулярна.

Тема 2.4. Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах

Перечень вопросов:

- Можно ли через точку пространства провести три плоскости, каждые две из которых взаимно перпендикулярны?

2. Диагональ квадрата перпендикулярна к некоторой плоскости. Как расположена другая диагональ квадрата по отношению к этой плоскости?
3. Сколько двугранных углов имеет: а) тетраэдр; б) параллелепипед?

Задачи:

1. Из некоторой точки проведены к данной плоскости перпендикуляр и наклонная, угол между которыми равен φ . а) Найдите наклонную и ее проекцию на данную плоскость, если перпендикуляр равен d . б) Найдите перпендикуляр и проекцию наклонной, если наклонная равна m .
2. Из точки A , не принадлежащей плоскости α , проведены к этой плоскости перпендикуляр AO и две равные наклонные AB и AC . Известно, что $\angle OAB = \angle OAC = 60^\circ$, $AO = 1,5$ см. Найдите расстояние между основаниями наклонных.
3. Концы отрезка отстоят от плоскости α на расстоянии 1 см и 4 см. Найдите расстояние от середины отрезка до плоскости α .
4. Из точки M проведен перпендикуляр MB к плоскости прямоугольника $ABCD$. Докажите, что треугольники AMD и MCD прямоугольные.
5. Через вершину B квадрата $ABCD$ проведена прямая BF , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если $BF = 8$ дм, $AB = 4$ дм.

Тема 2.5. Координаты и векторы в пространстве

Перечень вопросов:

1. Из чего состоит прямоугольная система координат в пространстве?
2. Если точка лежит в плоскости xy , какая координата у нее нулевая?
3. Приведите пример координат точки A , которая лежит на оси z .
4. Раскройте понятие «вектор».
5. Какие векторы называются коллинеарными?
6. Может ли длина суммы двух векторов быть меньше длины каждого из слагаемых?
7. Может ли длина суммы нескольких ненулевых векторов быть равной сумме длин этих векторов?
8. Может ли длина разности двух ненулевых векторов быть равной сумме длин этих векторов?

Задачи:

1. В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и K – середины ребер AC , BC и CD соответственно, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $BD = 5$ см. Найдите длины векторов:
 - а) \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{NM} , \overrightarrow{BN} , \overrightarrow{NK}
 - б) \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{NC} , \overrightarrow{KN}
2. Нарисуйте параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и обозначьте векторы $\overrightarrow{C_1 D_1}$, $\overrightarrow{BA_1}$, \overrightarrow{AD} соответственно через \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Изобразите на рисунке векторы: а) $\vec{a} - \vec{b}$, б) $\vec{a} - \vec{c}$, в) $\vec{b} - \vec{a}$, г) $\vec{c} - \vec{b}$, д) $\vec{c} - \vec{a}$
3. Даны координаты четырех вершин куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$: $A(0; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $D(0; 1; 0)$, $A_1(1; 0; 0)$. Найдите координаты остальных вершин куба.
4. Даны векторы $\vec{a} \{1; -1; 2\}$, $\vec{b} \{-1; 1; 1\}$ и $\vec{c} \{5; 6; 2\}$. Вычислите: а) $\vec{a}\vec{c}$, б) $\vec{a}\vec{b}$, в) $\vec{b}\vec{c}$, г) $\vec{a}\vec{a}$, д) $\sqrt{\vec{b}\vec{b}}$.
5. Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(\sqrt{2}; 1; 2)$, $C(\sqrt{2}; 2; 1)$ и $D(0; 2; 1)$. Докажите, что $ABCD$ – квадрат.

Индивидуальная самостоятельная работа:

1. Даны векторы: $a^{\rightarrow} = 4i^{\rightarrow} - 2j^{\rightarrow}$, $b^{\rightarrow}(-3, 1, 2)$. Найдите координаты вектора $c^{\rightarrow} = 2a^{\rightarrow} - 3b^{\rightarrow}$.
2. Даны векторы: $a^{\rightarrow}(2, -1, 0)$, $b^{\rightarrow}(3, 1, 4)$, $c^{\rightarrow}(1, 1, 4)$. Найдите координаты вектора $p^{\rightarrow} = 1/2 a^{\rightarrow} + 3b^{\rightarrow} - 2c^{\rightarrow}$.
3. Даны векторы: $a^{\rightarrow}(2, -4, 0)$, $b^{\rightarrow}(3, -1, -2)$. Найдите значения величин m и n , при которых векторы $2a^{\rightarrow} - 3b^{\rightarrow}$ и $c^{\rightarrow}(m + n, m - n, 2)$ – коллинеарные.
4. Заданы точки $A(2, 5, 8)$ и $B(6, 1, 0)$, на оси ординат расположена точка C , равноудаленная от точек A и B . Найдите площадь $\triangle ABC$.
5. Заданы точки $A(3, -1, 3)$, $B(3, -2, 2)$, $C(2, 2, 3)$ и $D(1, 2, 2)$. Найдите угол между прямыми AB и CD .

Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах

Тестовые задания:

1. Какое из следующих утверждений НЕ является верным для параллельных плоскостей?
 - а) Они никогда не пересекаются.
 - б) Они имеют одинаковые нормальные векторы.
 - в) Они могут быть перпендикулярны одной и той же прямой.
 - г) Они всегда находятся на одинаковом расстоянии друг от друга.
2. Две плоскости заданы уравнениями: $2x + 3y - z = 5$ и $4x + 6y - 2z = 10$. Являются ли эти плоскости параллельными?
 - а) Да
 - б) Нет
3. Как можно найти уравнение плоскости, параллельной заданной плоскости?
 - а) Изменить свободный член в уравнении.
 - б) Изменить коэффициенты при переменных.
 - в) Умножить уравнение на константу.
 - г) Все вышеперечисленные варианты верны.
4. Какие из следующих фигур могут быть параллельными плоскостями?
 - а) Две стены комнаты.
 - б) Две страницы книги.
 - в) Две параллельные линии.
 - г) Два круга на плоскости.
5. Какое расстояние между двумя параллельными плоскостями, заданными уравнениями: $x + 2y - 3z = 4$ и $x + 2y - 3z = 10$?
 - а) 1
 - б) 2
 - в) 3
 - г) 6

Ответы:

1. г) Они всегда находятся на одинаковом расстоянии друг от друга.
2. а) Да
3. г) Все вышеперечисленные варианты верны.
4. а) Две стены комнаты.
5. в) 3

Задача: Размещение оборудования в процедурном кабинете

| | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|-----|----|-----|---|----|---|
| Ответ | В | В | А | В | 7,1 | 15 | -30 | - | -1 | - |
|-------|---|---|---|---|-----|----|-----|---|----|---|

Раздел 3. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Тема 3.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа

Перечень вопросов:

1. Чему равен угол в один радиан?
2. В каких четвертях тригонометрического круга функция $y=\sin x$ принимает положительные значения?
3. В каких четвертях тригонометрического круга функция $y=\cos x$ принимает отрицательные значения?
4. Продолжите определение: «Синус острого угла – это...».
5. Продолжите определение: «Косинус острого угла – это...».
6. Продолжите определение: «Тангенс острого угла – это...».

Задания:

1. Вторая четверть разделена на две равные части точкой М, а третья – на три равные части точками К и Р. Найдите длину дуги:
 - а) АМ; б) ВК; в) РМ; г) РК
2. Можно ли найти на единичной окружности точку Е с указанной ниже длиной дуги АЕ? Если да, то укажите четверть, в которой расположена точка Е:
 - а) $AE = 2$; б) $AE = \sqrt{8\pi}$; в) $AE = 6,3$; г) $AE = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

3. Найдите все числа t , которым на числовой окружности соответствуют точки, принадлежащие указанной открытой дуге или объединению дуг (см. рис.):

- а) АВ; б) $AB \cup CD$; в) ВD; г) $BC \cup DA$
- д) $QA \cup NC$; е) NM; ж) $AM \cup BN$

4. На числовой прямой и числовой окружности отметьте все точки М (t), заданные формулой и принадлежащие отрезку $[-\pi/2; \pi/2]$:

- а) $t = (-1)^n \frac{\pi}{15} + \frac{\pi n}{3}$; б) $t = \pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$; в) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$; г) $t = \pm \frac{3\pi}{7} + \frac{\pi n}{3}$

5. На числовой окружности укажите все точки, координаты которых удовлетворяют данным условиям, и составьте формулы для всех чисел, которым соответствуют эти точки:

- а) $x = 0$; б) $x = 1/2$; в) $x = 1$; г) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; е) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}, x > 0$; ж) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}, x < 0$

6. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если: а) $t = 0$; б) $t = \frac{\pi}{2}$; в) $t = \frac{3\pi}{2}$; г) $t = \frac{5\pi}{6}$; д) $t = -\frac{11\pi}{3}$

7. Вычислите: а) $\sin(-\frac{\pi}{4}) + \cos \frac{\pi}{3} + \cos(-\frac{\pi}{6})$; б) $\cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{2}$

8. Определите знак числа: а) $\sin \frac{4\pi}{7}$; б) $\cos(-\frac{5\pi}{7})$; в) $\sin(-2)$; г) $\cos 3$

9. Решите уравнение: а) $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $10 \sin t = \sqrt{75}$; г) $8 \cos t = -\sqrt{48}$

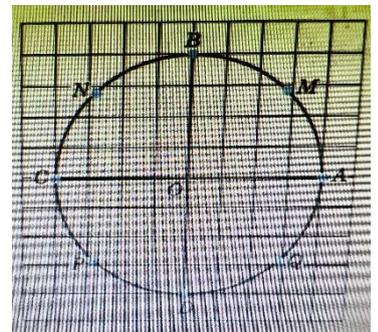
10. Вычислите: а) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$; б) $\operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$; в) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$;

- г) $\operatorname{tg} 2,5 \cdot \operatorname{ctg} 2,5 + \cos^2 \pi - \sin^2 \frac{\pi}{8} - \cos^2 \frac{\pi}{8}$

11. Приведите из градусной меры в радианную: а) 120° ; б) 210° ; в) 150° ; г) 765° ; д) 675°

12. Используя геометрические соображения, вычислите:

- а) $\sin 15^\circ$ и $\cos 15^\circ$; б) $\sin 22,5^\circ$ и $\cos 22,5^\circ$



Тема 3.2 Основные тригонометрические тождества

Перечень вопросов:

1. Запишите основное тригонометрическое тождество.
2. Запишите формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.
3. Запишите формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.
4. Выразите через тригонометрические функции переменных s и t выражение $\operatorname{tg}(s + t)$.
5. Выразите через тригонометрические функции переменных u и v выражение $\operatorname{tg}(u - v)$.

Задания:

1. Представив 105° как сумму $60^\circ + 45^\circ$, вычислите: а) $\sin 105^\circ$; б) $\cos 105^\circ$
2. Упростите выражение:
а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta$; б) $\sin \alpha \cos \beta + \cos(\alpha + \beta)$;
в) $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta$; г) $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \sin \beta}$
3. Представив $2x$ в виде $x + x$, докажите тождество:
а) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$; б) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
6. Используя формулы сложения, выведите следующие формулы (их называют формулами приведения):
7. а) $\sin(\pi - x) = \sin x$; б) $\cos(\pi + x) = -\cos x$; в) $\operatorname{tg}(2\pi - x) = -\operatorname{tg} x$; г) $\operatorname{ctg}(\pi - x) = -\operatorname{ctg} x$
8. Вычислите: а) $\sin 74^\circ \cos 16^\circ + \cos 74^\circ \sin 16^\circ$; б) $\cos 23^\circ \cos 22^\circ - \sin 23^\circ \sin 22^\circ$
9. Выразите: а) $\sin 3x$ через $\sin x$; б) $\cos 3x$ через $\cos x$
10. Представьте в виде произведения:
а) $\sin 74^\circ + \sin 16^\circ$; б) $\cos 15^\circ + \cos 45^\circ$; в) $\sin 3t - \sin t$; г) $\cos(\alpha - 2\beta) - \cos(\alpha + 2\beta)$

Тема 3.3 Тригонометрические функции, их свойства и графики

Перечень вопросов:

1. Найдите $u_{\text{наим}}$, $u_{\text{наиб}}$ для функции $y = \sin x$.
2. Объясните, почему для функции $y = \sin x$ на любом числовом промежутке длиной 7 справедливы соотношения $u_{\text{наим}} = -1$, $u_{\text{наиб}} = 1$.
3. Можно ли утверждать, что функция $y = \sin x$ ограничена снизу? ограничена сверху?
4. Можно ли утверждать, что функция $y = \sin x$ монотонна на отрезке $[4; 5]$?
5. Можно ли утверждать, что функция $y = \cos x$ ограничена снизу? ограничена сверху?
6. Что вы можете сказать о четности или нечетности функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $e = \operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$?

Задания:

1. Найдите значение функции:
а) $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6}) + 1$ при $x = \frac{4\pi}{3}$; б) $y = -\sin(x + \frac{\pi}{4}) + 1$ при $x = -\frac{\pi}{2}$
2. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sin x$:
а) на отрезке $[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}]$; б) на луче $[\frac{\pi}{4}; +\infty)$;
в) на интервале $(-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{4})$; г) на полуинтервале $(-\pi; \frac{\pi}{3})$
3. Исследуйте функцию на четность:
а) $f(x) = x^5 \sin \frac{x}{2}$; б) $f(x) = x^3 \sin x^2$; в) $f(x) = \frac{2\sin \frac{x}{2}}{x^3}$; г) $f(x) = \frac{x^2 \sin x}{x^2 - 9}$
4. Постройте график функции:
а) $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$; б) $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$; в) $y = \sin(x - \pi)$; г) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$

- Исследуйте функцию $y = \sin x$ на монотонность на заданном промежутке:
а) $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$; б) $[-\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}]$; в) $[\frac{11\pi}{3}; \frac{25\pi}{6}]$; г) $[\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}]$
- На каких промежутках функция $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$: а) возрастает; б) убывает
- Найдите область значений заданной функции на заданном промежутке:
а) $y = \sin x, x \in [\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}]$; б) $y = \sin x, x \in (-1; 6)$;
в) $y = \cos x, x \in (1; +\infty)$; г) $y = \cos x, x \in [1,2; 7,5]$
- Найдите основной период функции: а) $y = \operatorname{tg} 2x$; б) $y = \operatorname{tg} 5x$; в) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$; г) $y = \operatorname{tg} \frac{2x}{5}$
- Решите графически уравнение: а) $\operatorname{ctg} x = 1$; б) $\operatorname{ctg} x = 0$; в) $\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ г) $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Тема 3.4 Обратные тригонометрические функции

Перечень вопросов:

- Сформулируйте определение функции $\arcsin x$.
- Как связаны между собой числа $\arcsin a$ и $\arcsin(-a)$, где $|a| \leq 1$?
- Сформулируйте определение функции $y = \operatorname{arccos} x$.
- Сформулируйте определение функции $y = \operatorname{actg} x$.
- Сформулируйте определение функции $y = \operatorname{acctg} x$.
- Как связаны между собой числа $\operatorname{actg} a$ и $\operatorname{actg}(-a)$?

Задания:

- Вычислите:
а) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\arcsin 1$; в) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$; г) $\arcsin(-\frac{1}{2})$; д) $\arcsin 0$;
е) $\operatorname{arccos} 0$; ж) $\operatorname{arccos} 1$; з) $\operatorname{arccos}(-\frac{\sqrt{3}}{2})$; и) $\operatorname{arccos}(-\frac{1}{2})$
- Найдите область значений функции:
а) $y = 2 \arcsin x$; б) $y = -4 \arcsin x$; в) $y = \pi - 2 \arcsin x$
- Постройте график функции: а) $y = 3 |\arcsin x| - \arcsin x$; б) $-\arcsin |x - 2|$
- Найдите область определения функции:
а) $y = \operatorname{arccos} x$; б) $y = \operatorname{arccos}(x - 1)$; в) $y = \operatorname{arccos} 2x$
- Имеет ли смысл выражение: а) $\operatorname{arccos} \sqrt{5}$; б) $\operatorname{arccos} \frac{\pi}{5}$; в) $\operatorname{arccos} \sqrt{\frac{2}{3}}$; г) $\operatorname{arccos}(-\sqrt{3})$?
- Постройте и прочитайте график функции:
а) $y = \begin{cases} \operatorname{arctg} x, & \text{если } x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$ б) $y = \begin{cases} \operatorname{arcctg} x, & \text{если } x \leq 1, \\ \operatorname{arcctg} x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$
- Докажите, что: а) $\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$; б) $\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$; в) $\operatorname{tg}(\operatorname{arccos} x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$
- Решите уравнение:
а) $\arcsin 2x = \frac{\pi}{3}$; б) $\operatorname{arccos}(3x - 3.5) = \frac{2\pi}{3}$; в) $\operatorname{arctg}(4x + 1) = \frac{7\pi}{12}$; г) $\operatorname{arcctg}(4x + 1) = \frac{3\pi}{4}$;

Тема 3.5 Тригонометрические уравнения и неравенства

Перечень вопросов:

- Перечислите способы решения тригонометрических уравнений.
- Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений первого порядка.
- Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений второго порядка.

Задания:

1. Решите уравнение: а) $\cos x = \frac{1}{2}$; б) $\cos x = \frac{1}{3}$; в) $\cos x = -1,1$; г) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{2}$
2. Найдите корни уравнения на заданном промежутке:
а) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x \in [2\pi; 4\pi]$; б) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in [0; 2\pi]$; в) $\cos x = -1$, $x \in [-\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$
3. Решите уравнение:
а) $(2 \cos x + 1)(2 \sin x - \sqrt{3})$; б) $4 \sin^2 x - 3 \sin x = 0$; в) $3 \cos^2 x = 7(\sin x + 1)$
4. Сколько корней имеет заданное уравнение на заданном промежутке:
а) $\cos x = \frac{1}{3}$, $x \in [1; 6]$; б) $\cos x = -0,4$, $x \in [3; 11]$?
5. Решите уравнение $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -1$ и найдите:
а) наименьший положительный корень;
б) корни, принадлежащие отрезку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$;
в) наибольший отрицательный корень;
г) корни, принадлежащие интервалу $(-\pi; \frac{\pi}{2})$
6. Решите неравенство:
а) $\cos t > \frac{1}{2}$; б) $3 \cos^2 t - 4 \cos t \geq 4$; в) $5 \sin^2 t > 11 \sin t + 12$; г) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$
7. Решите систему неравенств: а) $\begin{cases} \sin x > -\frac{4}{5}, \\ \cos x > -\frac{1}{3}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \sin x < -\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \operatorname{ep} x > -1,5. \end{cases}$ в) $\begin{cases} \operatorname{ctg} x < -\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ \sin x > -0,8. \end{cases}$
8. Решите уравнение:
а) $5 \sin^2 x - 14 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 2$;
а) $3 \sin^2 x - \sin x \cos x = 2$;
в) $2 \cos^2 x - \sin x \cos x + 5 \sin^2 x = 3$
9. Решите неравенство:
а) $4 \sin x \cos x - 1 > 2 \sin x - 2 \cos x$;
б) $1 + 2 \sin x \geq 4 \sin x \cos x + 2 \cos x$

Индивидуальная самостоятельная работа

1. Вычислить:
а) $2 \arcsin \sqrt{3}/2 + 3 \arcsin(-1/2)$;
б) $\arccos(-1/2) - \arcsin \sqrt{3}/2$;
в) $2 \operatorname{arctg} 1 + 3 \operatorname{arctg}(-1/\sqrt{3})$;
г) $\cos(\arcsin 1/5)$; д) $\operatorname{tg}(\arccos 3/5)$.
2. Решить уравнение:
а) $(\operatorname{tg} x - \sqrt{3})(2 \sin x/12 + 1) = 0$;
б) $(1 - \sqrt{2} \cos x/4)(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} x) = 0$;
3) $3 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$

Тема 3.6 Решение задач. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции Контрольная работа

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. (1 балл) В $\triangle ABC$ $\cos C = \frac{AB}{AC}$. Какая из сторон является гипотенузой $\triangle ABC$?
А) АВ; Б) АС; В) ВС; Г) СВ.
2. (1 балл) Углом какой четверти является угол $\alpha = 410^\circ$?
А) I; Б) II; В) III; Г) IV.
3. (1 балл) Какие из функций являются чётными?
А) $y = \sin x$; Б) $y = \cos x$; В) $y = \operatorname{tg} x$; Г) $y = \operatorname{ctg} x$.

4. (1 балл) Период функции $y = \sin x$?

А) $\pi/2$; Б) 2π ; В) 4π ; Г) π .

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. (2 балла) Вычислите: $\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}$.

6. (2 балла) Найдите значение выражения $4\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} - 4\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

7. (2 балла) Найдите значение выражения $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$.

8. (2 балла) Решите уравнение $\cos x = \frac{1}{2}$. Запишите наименьший положительный корень уравнения.

9. Решите уравнение $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$.

10. Постройте график тригонометрической функции $y = 2 \sin x$

Эталоны ответов:

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------|---|---|---|---|---|--------|---|---------|--|----|
| Ответ | Б | А | В | Б | 1 | 2π | 7 | $\pi/3$ | $\pi/2 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ | |

Раздел 4. Производная и первообразная функции

Тема 4.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования

Перечень вопросов:

1. Что такое приращение аргумента? Приращение функции?
2. Дайте определение производной функции.
3. Что такое дифференцирование?
4. Перечислите основные правила дифференцирования.
5. Какие формулы из таблицы производных используются чаще всего?
6. Сформулируйте правило вычисления производной суммы двух функций.
7. Сформулируйте правило вычисления производной произведения двух функций.
8. Сформулируйте правило вычисления производной частного двух функций.

Задания:

1. Точка движется по закону $s(t) = 1 + 3t$. Найти среднюю скорость движения за промежуток времени:
а) от $t = 1$ до $t = 4$; б) от $t = 0,8$ до $t = 1$
3. Найти мгновенную скорость движения точки, если:
а) $s(t) = 2t + 1$; б) $s(t) = 2 - 3t$
5. Используя определение производной, найти $f'(x)$, если
а) $f(x) = 3x + 2$; б) $f(x) = -3x^2 + 2$
7. Используя определение предела функции в точке, выяснить, является ли верным равенство:
а) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 1) = 3$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$
9. Найдите приращение функции $y = 2x - 3$ при переходе от точки $x_0 = 3$ к точке x_1 , если:
а) $x_1 = 3,2$; б) $x_1 = 2,9$; в) $x_1 = 3,5$ г) $x_1 = 2,5$
11. Найдите производную функции:

12. а) $y = 7x + 4$; б) $y = x^2$; в) $y = -6x + 1$; г) $y = \frac{1}{x}$; д) $y = \operatorname{tg} x$; е) $y = \operatorname{ctg} x + 8$
13. ж) $y = \frac{1}{3} \sin x - 3 \operatorname{ctg} x$; з) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$; и) $y = \frac{3\sqrt{x}}{2x+9}$
14. Построить график функции $y = x^4$ и график функции, являющейся ее производной.
15. Дифференцируема ли функция $y = f(x)$ в точке x , если:
16. а) $y = \frac{2}{x-1}$, $x = 1$; б) $y = \sqrt{x+1}$, $x = 0$
17. Вычислите значение производной функции $f(x)$ в данной точке:
18. а) $f(x) = 2x^5 - 3x + 11$, $x = 1$
19. б) $f(x) = (x^2 + 8) * (2x - 1)$, $x = 0$
20. в) $f(x) = \frac{x^2-3}{x+1}$, $x = 0$
21. При каких значениях x значение производной функции $y = (x - 3)^5 (2 + 5x)^6$ равно 0?

Тема 4.2 Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов

Перечень вопросов:

1. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке.
2. В каком случае функцию называют непрерывной на числовом промежутке?
3. Перечислите свойства непрерывных функций.
4. Какая существует связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции в точке?
5. Приведите пример графически заданной функции, которая дифференцируема во всех точках числовой прямой за исключением: а) одной точки; б) двух точек; в) трех точек

Задания:

1. Исследовать на непрерывность следующие функции:
а) $y = x^2$; б) $y = 2^x$; в) $y = x^3$; г) $y = \frac{1}{x+2}$
2. Найти точки разрыва и установить род разрыва:
а) $y = \frac{x}{x-1}$; б) $y = \frac{\sin x}{x}$; в) $y = \frac{x^2-16}{x-4}$; г) $y = \frac{e^{1/x}}{x}$
3. При каком значении числа a функция будет непрерывной?

$$\begin{cases} 2^x & \text{при } x < 2 \\ ax + 2 & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$
4. Исследовать на непрерывность и построить график функции:

$$\begin{cases} x & \text{при } x \leq 4 \\ x + 4 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Тема 4.3 Геометрический и физический смысл производной

Перечень вопросов:

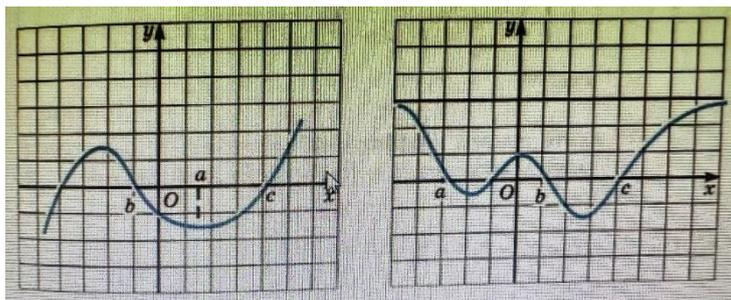
1. Как определяют касательную к плоской кривой?
2. Как записывается уравнение касательной к графику функции?
3. Как находится угловой коэффициент касательной к графику функции?
4. Приведите пример графика функции, у которого касательную нельзя провести:
а) в одной точке; б) в двух точках
5. В чем состоит физический смысл производной?
6. В чем состоит геометрический смысл производной?

Задания:

1. Определите знак углового коэффициента касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точках с абсциссами a , b , c :

а) рис.1

б) рис.2



2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если:
 - а) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$, $a = -1$; б) $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$, $a = 1$;
 - в) $f(x) = \sqrt{x-7}$, $a = 8$; г) $f(x) = \sqrt{10+x}$, $a = -5$
3. Найдите ту точку графика функции $y = f(x)$, в которой угловой коэффициент касательной равен k :
 - а) $f(x) = 1,5x^2 - x + 1$, $k = 2$; б) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$, $k = -3$;
 - в) $f(x) = \arcsin 2x$, $k = 2$; г) $f(x) = x - \arccos x$, $k = 2$
4. Какой угол образует с осью x касательная, проведенная к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$:
 - а) $f(x) = 4 + x^2$, $a = 2$; б) $f(x) = (1-x)^3$, $a = -3$; в) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 7$, $a = 1$
 - г) $f(x) = \sqrt{6x+7}$, $a = 3\frac{1}{3}$; д) $f(x) = \sqrt{3} \cos \frac{x}{3}$, $a = \frac{3\pi}{2}$; е) $f(x) = \operatorname{tg} x + \sin \frac{x}{3}$, $a = 3\pi$
5. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $x = a$:
 - а) $f(x) = x^2$, $a = 3$; б) $f(x) = 2 - x - x^3$, $a = 0$; в) $f(x) = \frac{3x-2}{3-x}$, $a = 2$; г) $f(x) = 2\sqrt{3x-5}$, $a = 2$
6. Напишите уравнения касательных к параболе:
 - а) $y = x^2 - 3x$ в точках с ординатой 4;
 - б) $y = -x^2 + 5x$ в точках с ординатой 6
7. В какой точке касательная к графику функции $y = x^2$ параллельна заданной прямой:
 - а) $y = 2x + 1$; б) $y = -\frac{1}{2}x + 5$; в) $y = \frac{3}{4}x - 2$; г) $y = -x + 5$
8. К графику заданной функции проведите касательную так, чтобы она была параллельна прямой $y = 2 - x$:
 - а) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 - x$; б) $y = \frac{3x+7}{x-3}$; в) $y = -4\sqrt{x+7}$; г) $y = \arccos x$
9. Составьте уравнение параболы $y = x^2 + bx + c$, касающейся прямой $y = -x$ в точке $M(1; -1)$
10. Через данную точку B проведите касательную к графику функции $y = f(x)$:
 - а) $f(x) = -x^2 - 7x + 8$, $B(1; 1)$
 - б) $f(x) = -x^2 - 7x + 8$, $B(0; 9)$

Тема 4.4 Монотонность функции. Точки экстремума

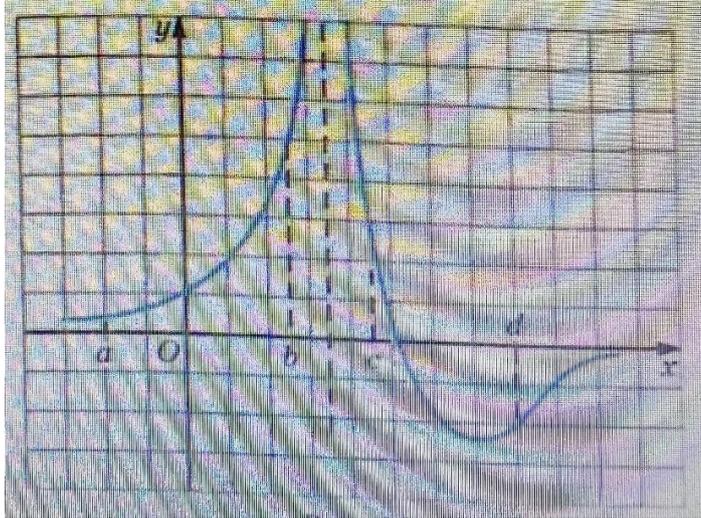
Перечень вопросов:

1. Для функции $y = f(x)$ на промежутке X выполняется неравенство $f'(x) > 0$. Какое из утверждений верно: а) функция убывает на X ; б) функция возрастает на X ; в) функция является немонотонной на X ?
2. Для функции $y = f(x)$ на промежутке X выполняется неравенство $f'(x) < 0$. Какое из утверждений верно: а) функция убывает на X ; б) функция возрастает на X ; в) функция является немонотонной на X ?
3. Что такое точка минимума функции? Что такое точка максимума функции?
4. Сформулируйте теорему о необходимых условиях экстремума.

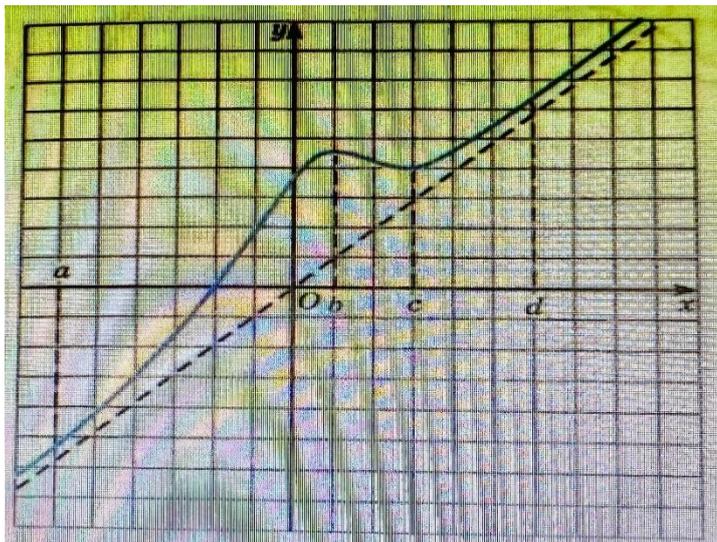
5. Сформулируйте теорему о достаточных условиях экстремума.
6. Каков алгоритм исследования функции с помощью производной?

Задания:

1. Определите, какой знак имеет производная функции $y = f(x)$ в точках с абсциссами a , b , c , d : а) рис.1;



б) рис. 2



2. Докажите, что заданная функция возрастает на \mathbb{R} :
 - а) $y = \cos x + 2x$; б) $y = \sin x + x^3 + x$; в) $y = x^5 + 3x^3 + 7x + 4$; г) $y = x^5 + 4x^3 + 8x - 8$
3. Докажите, что заданная функция убывает на \mathbb{R} :
 - а) $y = \sin 2x - 3x$; б) $y = \cos 3x - 4x$
4. При каких значениях параметра a функция $y = 2x^3 - 3x^2 + 7$ возрастает на интервале $(a - 1; a + 1)$?
5. При каких значениях параметра a функция $y = -x^3 + 3x + 5$ возрастает на интервале $(a; a + \frac{1}{2})$?
6. Изобразите эскиз графика производной функции $y = f(x)$, если известно, что данная функция возрастает на $(-\infty; 1)$ и убывает на промежутке $(1; +\infty)$.

7. Изобразите эскиз графика производной функции $y = f'(x)$, если известно, что данная функция убывает на луче $(-\infty; 1]$, возрастает на отрезке $(-1; 3]$, убывает на луче $[3; +\infty)$.
8. Постройте эскиз графика функции, дифференцируемой на интервале (a, b) , имеющей на этом интервале одну точку минимума, две точки максимума и не имеющей наименьшего значения.

Тема 4.5 Исследование функций и построение графиков

Перечень вопросов:

1. Опишите последовательность своих действий, если вам нужно исследовать функцию на монотонность и экстремумы.
2. Какие свойства функции рассматриваются при ее исследовании с помощью производной?

Задания:

1. Докажите, что функция монотонна на всей числовой прямой. Укажите характер монотонности.
а) $y = x^5 + 6x^3 - 7$; б) $y = x - \cos x + 8$; в) $y = \sin x - 2x - 15$; г) $y = 11 - 5x - x^3$
2. Определите промежутки монотонности функции:
а) $y = x^3 + 2x$; б) $y = 60 + 45x - 3x^2 - x^3$; в) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$; г) $y = -x^5 + 5x$
3. Исследуйте на монотонность функцию $y = f(x)$ и постройте (схематически) ее график:
а) $f(x) = x^3 - 3x + 2$; б) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$; в) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 8$
4. Постройте график функции $y = f(x)$, $x \in [0; 10]$, производная которой равна нулю на интервалах $(0; 2)$; $(2; 6)$; $(6; 10)$, если известно, что $f(1) = 0$, $f(5) = 3$, $f(8) = -2$.
5. Исследовать и построить графики функций:
а) $y = x^3 - 12x + 5$; б) $y = x^4 - 10x^2 + 10$; в) $y = \frac{x}{x+2}$; г) $y = x + \frac{2}{x} - \frac{5}{x^2}$
6. Постройте график функции $y = x^4 - 2x^2 + 3$. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 2x^2 + 3 = a$ имеет три корня?

Тема 4.6 Наибольшее и наименьшее значения функции

Перечень вопросов:

1. Какое из утверждений верно:
 - а) Непрерывная функция на отрезке достигает наибольшего значения;
 - б) существует непрерывная функция, у которой на некотором отрезке нет наибольшего значения;
 - в) непрерывная функция на отрезке достигает наименьшего значения;
 - г) существует непрерывная функция, у которой на некотором отрезке нет наименьшего значения;
 - д) непрерывная функция на отрезке достигает наименьшего и наибольшего значений;
 - е) существует непрерывная функция, у которой на отрезке нет ни наименьшего, ни наибольшего значений?
2. Может ли непрерывная на отрезке функция достигать наименьшего и наибольшего значений на концах отрезка? Приведите пример.
3. Может ли непрерывная на отрезке функция достигать наименьшего и наибольшего значений во внутренних точках отрезка? Приведите пример.
4. Может ли быть так, что непрерывная на отрезке функция достигает наименьшего значения внутри отрезка, а наибольшего – на одном из концов отрезка? Приведите пример.

5. Может ли быть так, что непрерывная на отрезке функция достигает наибольшего значения внутри отрезка, а наибольшего – на одном из концов отрезка? Приведите пример.
6. Опишите последовательность своих действий, если вам нужно найти наименьшее и наибольшее значения непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

Задания:

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 2$ на отрезке $[2; 5]$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 15x^2 - x^3$ на отрезке $[-1; 10]$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке без помощи производной:
 а) $y = x^8 - 1$, $[-1; 2]$; б) $y = -x^5 + 2$, $[-2; 1]$; в) $y = x^3 - 4$, $[0; 3]$; г) $y = -2x^4 + 8$, $[0; 3]$;
 д) $y = (x - 1)^3 + 4$, $[-2; 1]$; е) $y = 7 - (2x - 8)^4$, $[-1; 3]$; ж) $y = \sin x - 3$, $[\frac{\pi}{2}; 3\pi]$;
 з) $y = \cos x + 0.5$, $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$
4. При каком значении параметра a наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x+a}$ равно $-6\sqrt{3}$?
5. При каком значении параметра a наибольшее значение функции $y = (a-x)\sqrt{x}$ равно $10\sqrt{5}$?
6. Огораживают спортивную площадку прямоугольной формы площадью 2500 м^2 . Каковы должны быть ее размеры, чтобы на забор ушло наименьшее количество сетки-рабицы?
7. Открытый металлический бак с квадратным основанием должен вмещать 32 л воды. При каких размерах на его изготовление уйдет наименьшее количество материала?
8. Объем цилиндра равен $V \text{ м}^3$. Каким должен быть его радиус, чтобы полная поверхность цилиндра была наименьшей?

Тема 4.7 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах

Задания для практической работы:

Задача 1:

Второстепенная дорога, ширина которой 6 м , под прямым углом пересекает основную автомобильную дорогу шириною 18 м . Какова наибольшая длина автопоезда, который может беспрепятственно повернуть на основную дорогу?

Задача 2:

Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента $t = 0$, выражено формулой $Q = 5t^2 + 2t$ (кулонов). Вывести формулу для вычисления силы тока в любой момент времени и определить силу тока в конце третьей секунды.

Задача 3:

Тело движется по закону $s(t) = 18t^2 + 10t - 2t^3$ (s - в метрах, t - в секундах). Найдите максимальную скорость движения тела.

Задача 4:

Материальная точка движется по закону $s(t) = 12t^2 - \frac{2}{3}t^3$. В какой момент времени t скорость точки будет наибольшей?

Задача 5:

Закон прямолинейного движения задан уравнением $s(t) = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8$. Найти максимальную скорость движения тела (s - в метрах, t - в секундах).

Задача 6:

Каким должно быть отношение диаметра основания к высоте закрытой цилиндрической цистерны, чтобы при заданном объеме на изготовление цистерны шло как можно меньше материала?

Тема 4.8 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных

Перечень вопросов:

1. Сформулируйте определение первообразной.
2. Сформулируйте основное свойство первообразной. Геометрический смысл основного свойства первообразных.
3. Сформулируйте три правила нахождения первообразных.
4. Что такое интегрирование?

Задания:

1. Показать, что функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на всей числовой прямой: а) $F(x) = \frac{x^6}{6}$, $f(x) = x^5$; б) $F(x) = \frac{x^5}{5} + 1$, $f(x) = x^4$
2. Найти все первообразные функции:
а) x^4 ; б) x^3 ; в) x^{-3} ; г) $x^{-1/2}$
3. Найти первообразные функции:
а) $2x^5 - 3x^2$; б) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$; в) $3 \cos x - 4 \sin x$; г) $5 \sin x + 2 \cos x$; д) $(x + 1)^4$; е) $\frac{2}{\sqrt{x-2}}$
4. Для функции $f(x)$ найти первообразную, график которой проходит через точку M :
а) $f(x) = 2x + 3$, $M(1; 2)$; б) $f(x) = 4x - 1$, $M(-1; 3)$;
в) $f(x) = \sin 2x$, $M(\frac{\pi}{2}; 5)$; г) $f(x) = \cos 3x$, $M(0; 0)$
5. Найти первообразную функции $y = 2 \sin 5x + 3 \cos \frac{x}{2}$, которая при $x = \frac{\pi}{3}$ принимает значение, равное 0.
6. Найти одну из первообразных функции:
а) $\sqrt{\frac{x}{5}} + 4 \sin(4x + 2)$; б) $\frac{4}{\sqrt{3x+1}} - \frac{3}{2x-5}$; в) $\frac{2x^4 - 4x^3 + x}{3}$; г) $\frac{6x^3 - 3x + 2}{5}$; д) $(2x - 3)(2 + 3x)$; е) $\frac{x+4}{\sqrt[3]{x}}$;
ж) $(2x + 1)\sqrt{x}$; з) $\sin x \cos x$; и) $\sin x \cos 3x - \cos x \sin 3x$

Индивидуальная самостоятельная работа:

1. Для функции $f(x)$ найти первообразную, график которой проходит через точку M :
а) $f(x) = \cos x$, $M(3\pi/2, 4)$;
б) $f(x) = e^x$, $M(1, 1/2)$;
в) $f(x) = 4x^3 + 4$, $M(1, -4)$.
2. Вычислить интеграл:
а) $\int_{-1}^2 5x^4 - 8x^3 dx$;
б) $\int_0^1 4\sqrt[3]{x} \left(1 - \frac{4}{x}\right) dx$;
в) $\int_3^7 \sqrt{2x - 5} dx$

Тема 4.9 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница

Перечень вопросов:

1. Какую фигуру называют криволинейной трапецией?
2. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции.
3. Объясните, что такое интеграл. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.

Задания:

- Изобразить криволинейную трапецию, ограниченную:
 - графиком функции $y = (x - 1)^2$, осью Ox и прямой $x = 2$;
 - графиком функции $y = 2x - x^2$ и осью Ox ;
 - графиком функции $y = \frac{2}{x}$, осью Ox и прямыми $x = 1$, $x = 4$;
 - графиком функции $y = \sqrt{x}$, осью Ox и прямой $x = 4$
- Найти площадь фигуры, ограниченной осью Ox и параболой:
 - $y = 4 - x^2$;
 - $y = 1 - x^2$;
 - $y = -x^2 + 4x - 3$
- Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x = a$, $x = b$, осью Ox и графиком функции $y = f(x)$:
 - $a = 2$, $b = 4$, $f(x) = x^3$
 - $a = 3$, $b = 4$, $f(x) = x^2$
 - $a = -2$, $b = 1$, $f(x) = x^2 + 1$
 - $a = 0$, $b = 2$, $f(x) = x^3 + 1$
 - $a = \frac{\pi}{3}$, $b = \frac{2\pi}{3}$, $f(x) = \sin x$
 - $a = -\frac{\pi}{6}$, $b = 0$, $f(x) = \cos x$
- Вычислить интеграл:
 - $\int_0^1 x dx$;
 - $\int_{-2}^3 2x dx$;
 - $\int_{-1}^2 3x^2 dx$;
 - $\int_2^3 \frac{1}{x^2} dx$;
 - $\int_1^4 \sqrt{x} dx$;
 - $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$;
 - $\int_0^{\ln 2} e^x dx$;
 - $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos x dx$;
 - $\int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx$
- Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:
 - параболой $y = (x + 1)^2$, прямой $y = 1 - x$ и осью Ox ;
 - параболой $y = 4 - x^2$, прямой $y = x + 2$ и осью Ox ;
 - графиками функций $y = x^3$, $y = 2x - x^2$ и осью Ox ;
 - графиками функций $y = \sqrt{x}$, $y = (x - 2)^2$ и осью Ox ;
 - параболой $y = 6x - x^2$ и прямой $y = x + 4$

Индивидуальная самостоятельная работа:

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями (обязательно нарисовать):

- $y = x^2 + 2$, $y = x + 2$;
- $y = 1/x^2$, $y = x$, $y = 0$, $x = 4$.

Тема 4.10 Решение задач. Производная и первообразная функции.

Контрольная работа

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

- (1 балл) Чему равна производная функции $y = 2x^3$?
А) $y' = 5x$; Б) $y' = 6x$; В) $y' = 6$; Г) $y' = 6x^2$.
- (1 балл) По какой из формул вычисляется производная частного?
А) $(u+v)' = u' + v'$; Б) $(uv)' = u'v + uv'$; В) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$; Г) $(f(g(x)))' = f'(g(x)) * g'(x)$.
- (1 балл) Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$. Выберите ответ.
А) 1; Б) -1; В) 4; Г) -4.
- (1 балл) Общий вид всех первообразных для $f(x) = \sin x$?
А) $F(x) = \cos x + C$; Б) $F(x) = -\cos x + C$; В) $F(x) = \operatorname{tg} x + C$; Г) $F(x) = -\operatorname{tg} x + C$.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

| | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|------|---------|----|----|-------|
| Ответ | Г | В | А | Б | 8 | 1,25 | (-4; 4) | -3 | 12 | 10x10 |
|-------|---|---|---|---|---|------|---------|----|----|-------|

Раздел 5. Многогранники и тела вращения
Тема 5.1 Призма, параллелепипед, куб, пирамида и их сечения

Перечень вопросов:

1. Продолжите определение: «Многогранник – это...».
2. Продолжите определение: «Призма – это...».
3. Продолжите определение: «Прямоугольный параллелепипед – это...».
4. Продолжите определение: «Куб – это...».
5. Продолжите определение: «Пирамида – это...».
6. Сформулируйте свойство о противоположных гранях параллелепипеда.
7. Сформулируйте свойство о диагоналях параллелепипеда.
8. Сформулируйте свойство о диагонали и линейных размерах прямоугольного параллелепипеда.
9. Какая призма называется прямой?
10. Какая призма называется правильной?
11. Раскройте понятие «правильная пирамида».
12. Что такое апофема правильной пирамиды?
13. В чем отличие полной поверхности призмы от полной поверхности пирамиды?
14. Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности прямой призмы.
15. Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности правильной пирамиды.

Задачи:

1. Докажите, что: а) у прямой призмы все боковые грани – прямоугольники; б) у правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники
2. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 8 см, боковое ребро равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону верхнего основания и противоположающую вершину нижнего основания.
4. Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее происходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.
5. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 8 см и 15 см и образуют угол в 60° . Меньшая из площадей диагональных сечений равна 130 см^2 . Найдите площадь поверхности параллелепипеда.
6. Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC , у которого гипотенуза AB равна 29 см, а катет AC равен 21 см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
7. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания.
8. Докажите, что в правильной треугольной пирамиде скрещивающиеся ребра взаимно перпендикулярны.

Тема 5.2 Правильные многогранники в жизни

Перечень вопросов:

1. Сколько центров симметрии имеет: а) параллелепипед; б) правильная треугольная призма; в) двугранный угол; г) отрезок?
2. Сколько осей симметрии имеет: а) отрезок; б) правильный треугольник; в) куб?
3. Сколько плоскостей симметрии имеет: а) правильная четырехугольная призма, отличная от куба; б) правильная четырехугольная призма; в) правильная треугольная пирамида?
4. Будет ли пирамида правильной, если ее боковыми гранями являются правильные треугольники?
5. Сколько граней, перпендикулярных к плоскости основания, может иметь пирамида?

Задачи:

1. Найдите угол между диагоналями граней куба, имеющими общий конец.
2. Ребро куба равно a . Найдите площадь сечения, проходящего через диагонали двух его граней.
3. В правильном тетраэдре $DABC$ ребро равно a . Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью, проходящей через центр грани ABC : а) параллельно грани BDC ; б) перпендикулярно к ребру AD .
4. От каждой вершины правильного тетраэдра с ребром 2 отсекают тетраэдр с ребром 1. Какая фигура получится в результате?
5. Докажите, что в правильном тетраэдре отрезки, соединяющие центры граней, равны друг другу.
6. Ребро правильного октаэдра равно a . Найдите расстояние между: а) двумя его противоположными вершинами; б) центрами двух смежных граней; в) противоположными гранями.
7. Докажите, что центры граней куба являются вершинами правильного октаэдра.
8. Сколько плоскостей симметрии, проходящих через данную вершину, имеет правильный тетраэдр?

Тема 5.3 Цилиндр, конус, шар и их сечения

Перечень вопросов:

1. Продолжите определение: «Цилиндр – это...».
2. Продолжите определение: «Конус – это...».
3. Продолжите определение: «Усеченный конус – это...».
4. Продолжите определение: «Шар – это...».
5. Что является высотой усеченного конуса?
6. Что является осевым сечением цилиндра, конуса, усеченного конуса, шара?

Задания для практической работы:

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите: а) высоту цилиндра; б) радиус цилиндра; в) площадь основания цилиндра.
2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра
3. Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.
4. Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4 м и диаметром 20 см, если на швы необходимо добавить 2,5 % площади ее боковой поверхности?

5. Сколько понадобится краски, чтобы покрасит бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 г краски?
6. Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите площадь основания конуса, если: а) $\alpha = 30^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 60^\circ$
7. Найдите высоту конуса, если площадь его осевого сечения равна 6 дм^2 , а площадь основания равна 8 дм^2 .
8. Разверткой боковой поверхности конуса является сектор с дугой α . Найдите α , если высота конуса равна 4 см, а радиус основания равен 3 см.
9. Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площади боковой и полной поверхностей образованного при этом вращении конуса.
10. Ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований которого равны 15 см и 10 см, а образующая равна 30 см. Сколько килограммов краски нужно взять для того, чтобы покрасить с обеих сторон 100 таких ведер, если на 1 м^2 требуется 150 г краски? (Толщину стенок ведер в расчет не принимать.)
11. Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см.
12. Все стороны треугольника ABC касаются сферы радиуса 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольник, если его стороны равны 10 см, 10 см и 12 см.
13. Расстояние от центра шара радиуса R до секущей плоскости равно d. Вычислите: а) площадь S сечения, если $R = 12 \text{ см}$, $d = 8 \text{ см}$; б) R, если площадь сечения равна 12 см^2 , $d = 2 \text{ см}$.
14. В конус вписана сфера радиуса r. Найдите площадь полной поверхности конуса, если угол между образующей и основанием конуса равен α .

Тема 5.4 Объемы и площади поверхностей тел

Перечень вопросов:

1. Изменится ли объем цилиндра, если диаметр его основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?
2. Как изменится объем правильной пирамиды, если ее высоту увеличить в n раз, а сторону основания уменьшить в n раз?
3. Основаниями двух пирамид с равными высотами являются четырехугольниками соответственно равными сторонами. Равны ли объемы этих пирамид?
4. В каком отношении находятся объемы двух шаров, если площади их поверхностей относятся как $m^2 : n^2$?
5. Как изменится площадь сферы, если ее радиус: а) уменьшить в 2 раза; б) увеличить в 3 раза?

Задачи:

1. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.
2. Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25 см, 12 см и 6,5 см. Плотность кирпича равна $1,8 \text{ г/см}^3$. Найдите его массу.
3. Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если: а) $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = 5 \text{ см}$, $AC = 3 \text{ см}$ и наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2 ; б) $\angle AB_1C = 60^\circ$, $AB_1 = 3$, $CB_1 = 2$ и двугранный угол с ребром BB_1 прямой.
4. Алюминиевый провод диаметром 4 мм имеет массу 6,8 кг. Найдите длину провода (плотность алюминия $2,6 \text{ г/см}^3$).
5. Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 м и высотой 7 м, если плотность нефти равна $0,85 \text{ г/см}^3$.

6. Основанием призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равносторонний треугольник ABC со стороной m . Вершина A_1 проектируется в центр этого основания, а ребро AA_1 составляет с плоскостью основания угол φ . Найдите объем призмы.
7. Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник, в котором $AB = 20$ см, $AC = 29$ см, $BC = 21$ см. Грани DAB и DAC перпендикулярны к плоскости основания, а грань DBC составляет с ней угол в 60° . Найдите объем пирамиды.
8. Найдите объем конуса, если площадь его основания равна Q , а площадь боковой поверхности равна P .
9. Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объем общей части шаров к объему одного шара?
10. В шаре проведена плоскость, перпендикулярная к диаметру и делящая его на части 6 см и 12 см. Найдите объемы двух полученных частей шара.

Тема 5.5 Примеры симметрий в профессии

Задания для практической работы:

Задача 1:

Необходимо симметрично расположить автомобильные фары, если известна ширина фронтальной части автомобиля.

Задача 2:

При известном расстоянии от оси автомобиля до центра оси амортизатора, расположить симметрично амортизаторы.

Задача 3:

Расположить симметрично дополнительные осветительные приборы для максимальной освещенности сельскохозяйственной техники во время ночной смены.

Тема 5.6 Решение задач. Многогранники и тела вращения

Контрольная работа:

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. (1 балл) В каких единицах измеряется объем многогранника?
А) в метрах; Б) в кубических метрах; В) в квадратных метрах; Г) в двугранных градусах.
2. (1 балл) Площадь полной поверхности призмы вычисляется по формуле:
А) $S = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн.}}$; Б) $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} * H$; В) $S = S_{\text{бок}} + S S_{\text{осн.}}$; Г) $S_{\text{бок}} = 2P_{\text{осн}} * H$.
3. (1 балл) Что является осевым сечением конуса?
А) равнобедренный треугольник; Б) равнобедренная трапеция; В) прямоугольник; Г) прямоугольная трапеция.
4. (1 балл) Какая фигура получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из своих катетов?
А) конус; Б) усеченный конус; В) пирамида; Г) усеченная пирамида.

Вторая часть

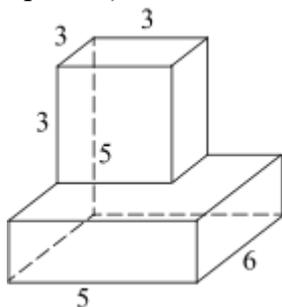
При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. (2 балла) Ребро основания правильной треугольной пирамиды 3 м, апофема 6м. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
6. (2 балла) Две стороны параллелограмма относятся как 3:17, а периметр его равен 40. Найдите большую сторону параллелограмма.



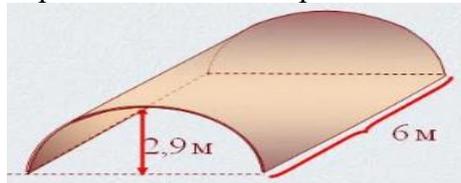
7. (2 балла) Прямоугольник со сторонами 8 см и 3 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем, площади боковой и полной поверхностей полученного тела.

8. (2 балла) Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



9. (2 балла) Клиенту необходимо, чтобы в комнате обязательно присутствовали объемные элементы декора цилиндрической формы. Построить из бумаги модель цилиндра. Размеры для построения выбрать самостоятельно, с учетом того, что соотношение радиуса к высоте должно быть 1:2.

10. (2 балла) Рассчитать количество 2-х килограммовых банок краски нужно купить для окрашивания цилиндрического свода подвала. Расход краски 100 г на 1 м². Считать $\pi=3$.



Эталоны ответов:

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------|---|---|---|---|----|----|--------------------------------------|----|---|----|
| Ответ | Б | А | А | А | 27 | 17 | 72 π ; 48 π ; 64 π | 87 | - | 3 |

Раздел 6. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функции

Тема 6.1 Степенная функция, ее свойства. Преобразование выражений с корнями n-ой степени

Перечень вопросов:

1. Сформулируйте определение корня n-ой степени из неотрицательного числа.
2. Сформулируйте определение корня нечетной степени из отрицательного числа.
3. Объясните, почему функция $y = \sqrt[n]{x}$, $x \in [0; +\infty)$, является обратной по отношению к функции $y = x^n$, $x \in [0; +\infty)$, где $n = 2, 3, 4, \dots$
4. Всегда ли верно равенство $\sqrt[n]{a^n} = a$? Если не всегда, то приведите пример, когда оно верно, и пример, когда оно неверно.
5. Какие из указанных ниже соотношений являются верными, а какие нет:
а) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[7]{a}$; б) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a}$; в) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^7}$?

Задания:

1. Докажите, что верно равенство:

- а) $\sqrt{361} = 19$; б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; в) $\sqrt[3]{343} = 7$; г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$
2. Объясните, почему неверно равенство:
а) $\sqrt{25} = -5$; б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$; г) $\sqrt[4]{625} = -25$
3. Вычислите корень n-ой степени:
а) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$; б) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$; в) $\sqrt[3]{0,125}$; г) $\sqrt[7]{-128}$
4. Подберите показатель корня n так, чтобы выполнялось равенство:
а) $\sqrt[n]{117649} = 7$; б) $\sqrt[n]{3\frac{13}{81}} = 1\frac{1}{3}$
5. Постройте график функции:
а) $y = \sqrt[3]{x}$; б) $y = 2\sqrt[3]{x}$; в) $y = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$
6. Найдите область определения функции:
а) $y = \sqrt[4]{2x-4}$; б) $y = \sqrt{5x+8} + \sqrt[4]{2x-4}$; в) $y = \sqrt[4]{\frac{x-8}{3x+5}}$
7. Упростите выражение, считая, что все переменные принимают только положительные значения:
а) $\sqrt{a^2b^4}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8}{c^{12}}}$; в) $\sqrt[5]{1024x^{10}y^{10}z^{10}}$
8. Преобразуйте заданное выражение к виду $\sqrt[n]{A}$
а) $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{2m^4n^8}}$; б) $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$; в) $\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \sqrt{\frac{y}{x} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}}$

Тема 6.2 Свойства степени с рациональным и действительным показателями

Перечень вопросов:

- Как вычислить $a^{\frac{p}{q}}$, где $\frac{p}{q}$ – обыкновенная дробь и $a \geq 0$?
- Какова область допустимых значений переменной в выражении $(a-2)^{2/3}$?
- Как вычислить $a^{-\frac{p}{q}}$, где $\frac{p}{q}$ – обыкновенная дробь и $a > 0$?
- Какие из перечисленных ниже степенных функций убывают, какие – возрастают, а какие не являются монотонными:
 $y = x^{\frac{2}{3}}$, $y = x^{\frac{3}{2}}$, $y = x^{-0,6}$, $y = x^{11}$, $y = x^{-11}$, $y = x^{-2\frac{2}{7}}$?
- Какие из перечисленных ниже степенных функций выпуклы вверх, а какие – выпуклы вниз:
 $y = x^{\frac{2}{3}}$, $y = x^{\frac{3}{2}}$, $y = x^{-0,6}$, $y = x^{11}$, $y = x^{-11}$, $y = x^{-2\frac{2}{7}}$, $y = x^{2,7}$, $y = x^{0,11}$?

Задания:

- Представьте степень с дробным показателем в виде корня:
а) $5^{\frac{2}{3}}$; б) $x^{\frac{3}{4}}$; в) $8,5^{0,6}$; г) $3(a+b)^{3/4}$
- Вычислите:
а) $25^{\frac{1}{2}}$; б) $0,16^{1\frac{1}{2}}$; в) $(27 \cdot 3^{-4})^2$; г) $\frac{5^4 \cdot 49^{-3}}{7^{-7} \cdot 25^3}$; д) $((\frac{1}{25})^{-1/2} \cdot 7^{-1} - (\frac{1}{8})^{-1/3} \cdot 2^{-3}) : 49^{-1/2}$
- Найдите значение выражения:
а) $\frac{\frac{5}{x^6+x^3} - \frac{1}{x^6+x^3}}{\frac{1}{x^6+x^3}}$ при $x = 1,44$; б) $\frac{m^{\frac{2}{3}} - 2,25}{\frac{1}{m^3+1,5}}$ при $m = 8$
- Сократите дробь:

- а) $\frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} - 3}$; б) $\frac{x + x^{\frac{1}{2}}}{2x}$; в) $\frac{m+n}{m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}} m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}}$
5. Исследуйте степенную функцию на четность:
а) $y = x^{10}$; б) $y = x^{-1/3}$
6. Исследуйте степенную функцию на ограниченность:
а) $y = x^8$; б) $y = x^{-5}$
7. Исследуйте степенную функцию на монотонность:
а) $y = x^{12}$; $y = x^{-11}$
8. Постройте график функции:
а) $y = (x+2)^{1/2}$; б) $y = x^{7/2} - 3$; в) $y = (x+3)^{1/6} - 1$; г) $y = \frac{2}{\sqrt[3]{x-3}} - 4$
9. Найдите производную заданной функции:
а) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$; б) $y = x\sqrt{x}$ 4 в) $y = 2x^4 + x\sqrt{x}$; в) $y = x^3 - 7x\sqrt[5]{x}$
10. Решите уравнение $g'(x) = 0$, если:
а) $g(x) = 2\sqrt{x} - x$;
б) $g(x) = 2/3x^{3/2} - 12/5x^{5/4} + 2x$

Тема 6.3 Решение иррациональных уравнений

Перечень вопросов:

- Даны два уравнения: $f(x) = g(x)$ и $p(x) = h(x)$. В каком случае их называют равносильными?
- Известно, что оба уравнения $f(x) = g(x)$ и $p(x) = h(x)$ не имеют корней. Можно ли назвать их равносильными?
- Какие вы знаете равносильные преобразования уравнения?
- Какие вы знаете неравносильные преобразования уравнения?

Задания:

- Решите уравнение:
а) $\sqrt[6]{x+1} = -1$; б) $\sqrt[6]{x^3 - 2x^2 + 1} = 1$; в) $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 4$; г) $\sqrt[4]{\sin x} = 1$;
д) $\sqrt[6]{1 - 2 \cos 4x} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$; е) $\sqrt{\lg(1-x)} = 1$
- Найдите все действительные значения a , при каждом из которых уравнение имеет хотя бы один действительный корень:
а) $\sqrt{x-4} = 2-a$; б) $\sqrt[5]{x^2 - 2x - 7} = 1-a$
- Решите уравнение с параметром a :
а) $\sqrt{x+2} = \sqrt{2a-x}$; б) $\sqrt{x-2a} = \sqrt{4+2a-5x}$; в) $\sqrt{5a-2x+1} = \sqrt{6x-a-7}$

Тема 6.4 Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства

Перечень вопросов:

- Что такое показательная функция?
- Чему равен $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x$, если $a > 1$?
- Чему равен $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x$, если $0 < a < 1$?
- В каком случае показательная функция $y = a^x$ возрастает, а в каком – убывает?
- Перечислите основные методы решения показательных уравнений.

Задания:

- Найдите значение выражения:
а) $2^{5,3} \cdot 2^{-0,3}$; б) $(3/4)^{3,7} \cdot (3/4)^{-0,7}$; в) $(\sqrt{5})^{3,6} \cdot (\sqrt{5})^{-1,6}$;

- г) $4^{3,5} : 4^3$; д) $(\sqrt{0,6})^{2,7} : (0,6)^{0,7}$; е) $\sqrt[4]{8} \cdot 2^{0,5} : 2^{1,25}$
2. Найдите значение показательной функции $y = a^x$ при заданных значениях x :
а) $y = 3^x$; б) $y = \pi^x$; в) $y = x^{5/3}$; г) $y = x^\pi$
3. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 2^x$ принимает заданное значение:
а) 16; б) $8\sqrt{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{32\sqrt{2}}$
4. Исследуйте функцию на монотонность:
а) $y = (\sqrt{3})^x$; б) $y = 2^{-x}$; в) $y = (\sqrt{12} - \sqrt{3})^x$; г) $y = -3 \cdot 12^x$; д) $y = \frac{1}{2^{-x+1}}$
5. Укажите, какие из заданных функций ограничены снизу:
а) $y = 4x - 1$; б) $y = 18^x$; в) $y = -3x^2 + 8$; г) $y = (\frac{4}{11})^x$
6. Укажите, какие из заданных функций не ограничены сверху:
а) $y = -3x^2 + 1$; б) $y = (0,6)^x$; в) $y = (7,2)^x$; г) $y = \cos x$
7. Найдите область определения функции:
а) $y = 7^{1/2}$; б) $y = \frac{1}{2^x-1}$; в) $y = \frac{x}{3^x-9}$; г) $y = \frac{x+1}{\sqrt{3^x-27}}$
8. Решите уравнение:
а) $2^{3x} = 128$; б) $6^{3x} = 216$; в) $(\sqrt[3]{5})^{6x-1} = \sqrt[6]{5}$
9. Решите неравенство:
а) $4^x \leq 64$; б) $15^x < \frac{1}{225}$; в) $(3\sqrt{3})^x \geq \sqrt{3}$
10. Решите уравнение:
а) $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$; б) $5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x = 0$
11. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2^{x+y} = 16 \\ 3^y = 27^x \end{cases}$
12. Решите неравенство:
а) $2^x \geq 4$; б) $5^x > 125$; в) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$; г) $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq 5 \cdot (\frac{1}{5})^{2x}$
13. Решите систему неравенств:
 $\begin{cases} 2^{x+1} > 4 \\ 7^{3x-10} < 49 \end{cases}$

Тема 6.5 Логарифм числа. Свойства логарифмов

Перечень вопросов:

1. Что называют логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a ? Как его обозначают?
2. Приведите 2 примера, когда $\log_a b$ – рациональное число.
3. Приведите 2 примера, когда $\log_a b$ – иррациональное число.

Задания:

1. Докажите, что верно равенство:
а) $\log_2 8 = 3$; б) $\log_3 1/9 = -2$; в) $\log_{1/2} 1/16 = 4$; г) $\log_{0,1} 0,1 = 1$
2. Вычислите:
а) $\log_2 2^4$; б) $\log_{1/3} (1/3)^{-7}$; в) $\lg 0,0001$; г) $\log_{\sqrt{7}} 49$; д) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$
е) $\log_3 \frac{3 \cdot 3^{-2,7}}{(3^{-0,3})^4}$; ж) $\log_5 \frac{5^{\sqrt{3}} \cdot 5^{2-\sqrt{3}}}{(5^{\sqrt{3}})^2 \cdot 5}$; з) $\log_2 (\sqrt{3}-1) (\sqrt{3}+1)$
и) $\log_{65} \frac{2^{18}+1}{2^{12}-2^6+1}$; к) $3^{\log_3 8}$; л) $8^{2\log_8 3}$; м) $7 \cdot 0,5^{2-\log_{0,5} 35}$
3. Решите уравнение:
а) $\lg x = 1$; б) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$; в) $2^x = 9$; г) $\log_x 125 = 3$; д) $4^x - 5 \cdot 2^x = -6$; е) $9^{x+1} + 6 = 189 \cdot 3^{x-2}$
4. Решите неравенство:

- а) $2^x \geq 9$; б) $5^{5x-4} \geq 10$; в) $4^x - 5 \cdot 2^x \geq -6$
5. Постройте график функции:
а) $y = \log_x x^2$; б) $y = \log_x 1/x$; в) $y = 2^{\log_2 x}$
6. Вычислите:
а) $\log_6 2 + \log_6 3$; б) $\lg 25 + \lg 4$; в) $\log_2 15 - \log_2 30$; г) $\log_{1/2} 4 \cdot \log_3 9 : \log_6 2 + \log_4 1/4$
7. Известно, что $\log_{0,5} 3 = a$. Найдите $\log_{0,5} 81$.
8. Решите уравнение:
а) $\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$; б) $\log_6 12 + \log_6 x = \log_6 24$; в) $\log_{1/4} x - \log_{1/4} 9 = \log_{1/4} 5$

Тема 6.6 Логарифмическая функция, ее свойства. Логарифмические уравнения, неравенства

Перечень вопросов:

1. Дайте определение логарифмической функции.
2. Сформулируйте определение логарифмического уравнения.
3. Сформулируйте методы решения логарифмических уравнений.
4. Дайте определение логарифмического неравенства.
5. Сформулируйте методы решения логарифмических неравенств.
6. Как связаны между собой графики функций:
а) $y = 2^x$ и $y = \log_2 x$; б) $y = 10^x$ и $y = \lg x$; в) $y = \log_3 x$ и $y = -\log_3 x$

Задания:

1. Какие из указанных функций являются логарифмическими:
а) $y = \log_2 4 + x$; б) $\log_3 \pi - 3x$; в) $y = \log_{0,5} x - \log_4 2$; г) $y = \log_{0,2} \pi + 9x$?
2. Найдите значение логарифмической функции $y = \log_3 x$ в указанных точках:
а) 3^7 ; б) 3^{-3} ; в) 3^{18} ; г) $3^{-1,7}$
3. В одной системе координат изобразите графики функций:
а) $y = \log_2 x$, $y = \log_9 x$; б) $y = \log_{1/2} x$, $y = \log_{1/5} x$; в) $y = \log_5 x$, $y = \log_3 x$
4. Сравните с единицей число:
а) $\log_3 41$; б) $\log_{2,3} 0,1$; в) $\log_{1/7} 2,6$; г) $\log_{\sqrt{7}} 0,4$
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:
а) $y = \log_3 x$, $[1/3; 9]$; б) $y = \log_{1/2} x$, $[1/8; 16]$; в) $y = \lg x$, $[1; 1000]$
6. Найдите область значений функции:
а) $y = \log_3 (x+1)$; б) $y = \log_{0,1} (2x+4)$; в) $y = \log_2 x-4$; г) $y = \log_{0,5} (-x) + 90$
7. Постройте график функции:
а) $y = \log_3 (x+1) - 3$; б) $y = \log_5 (x-1) + 2$; в) $y = \lg (5-x)$
8. Упростите выражение:
а) $(\log_a b + \log_b a + 2) (\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$;
б) $\frac{1 - \log_a^2 b}{(\log_a b + \log_b a + 1) \log_a \frac{a}{b}}$
9. Решите уравнение:
а) $\log_2 (3x-6) = \log_2 (2x-3)$;
б) $\log_{1/2} (7x^2-200) = \log_{1/2} 50x$;
в) $\log_2 (2x^3 - x^2 - 2x) = \log_2 (x^3 + 2x^2 + 2x)$;
г) $\log_x x = \log_2 3 + \log_2 5$;
д) $\lg 100x \cdot \lg x = -1$
10. Решите неравенство:
а) $\log_3 x > \log_3 72 - \log_3 8$; б) $\log_5 x > \log_5 (3x - 4)$; в) $\log_{\sqrt{2}-1} (7x - 21) \leq \log_{\sqrt{2}-1} (21 - 3x)$

Тема 6.7 Логарифмы в природе и технике

Задания для практической работы:

Задача 1:

Прочность бетона в возрасте 30 дней (R_{30}) составляла 1 кг/см^2 . Через сколько дней прочность бетона составит 2 кг/см^2 , если известно, что прочность бетона через n дней вычисляется по формуле $Rn = R_{30} \frac{\lg n}{\lg 30}$?

Задача 2:

Вычислить среднюю быстроту действия вращательного масляного вакуумного насоса, при помощи которого в течение $t = 5$ с давление в баллоне снизилось от $p_1 = 760$ мм рт. ст. до $p_2 = 460$ мм рт. ст. Объем баллона $V = 10$ л., средняя быстроте действия S насоса вычисляется по формуле: $S = 2,3 \frac{V}{t} \lg \frac{p_1}{p_2}$.

Задача 3:

Необходимо вычислить стоимость оборудования станции технического обслуживания (СТО) через 5 лет, если 281 его первоначальная стоимость составляет $4,68 \cdot 10^5$, а ежегодный процент амортизации составляет $5,7\%$.

Задача 4:

Стоимость оборудования автомастерской равна 500 тыс. р. Известно, что через 10 лет стоимость этого оборудования вследствие амортизации будет равна 200 тыс. р. Найдите процент ежегодной амортизации оборудования.

Задача 5:

Мастеру необходимо уложить амортизационную пружину в виде логарифмической спирали. Сколько на это потребуется ему времени?

Задача 6:

Мастер укладывает диодную ленту по логарифмической спирали. Сколько катушек ленты необходимо использовать мастеру, если в катушке находится 30 м ленты, а радиус спирали составляет 15 м?

Тема 6.8 Решение задач. Степенная, показательная и логарифмическая функции

Контрольная работа

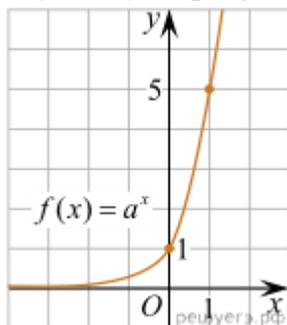
Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. (1 балл) Между какими двумя натуральными числами находится число $\sqrt[3]{19}$?

А) 19 и 20; Б) 2 и 3; В) 18 и 19; Г) 3 и 4.

2. (1 балл) На рисунке изображён график функции вида $f(x)=a^x$. Найдите значение $f(2)$.



А) 25.; Б) 5; В) 32; Г) нет верного ответа.

3. (1 балл) Какая из функций возрастают на всей области определения?

А) $f(x)=\log_5 x$; Б) $f(x)=0,7^x$; В) $f(x)=x^2$; Г) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$.

4. (1 балл) Укажите область определения функции $f(x) = \lg \frac{2x-3}{x+7}$

А) $(-7; 1,5)$; Б) $(-\infty; -1,5), (7; +\infty)$; В) $(-1,5; 7)$; Г) $(-\infty; -7), (1,5; +\infty)$.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. (2 балла) Найдите значение выражения $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$

6. (2 балла) Сколько целых решений имеет неравенство $1 < 7^{x-1} \leq 49$?

7. (2 балла) Найдите корень уравнения $\log_5(4 + x) = 2$

8. (2 балла) Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров? Ответ выразите в километрах.

9. (2 балла) В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 184 мг. Период его полураспада составляет 7 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

10. (2 балла) Найдите значение выражения $\log_6 108 + \log_6 2$

Эталоны ответов:

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------|---|---|---|---|-----|---|----|------|----|----|
| Ответ | Б | А | А | Г | 121 | 2 | 21 | 0,18 | 21 | 3 |

Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Тема 7.1 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей

Перечень вопросов:

1. Сформулируйте определение числа размещений и числа сочетаний из n элементов по k .
2. Запишите формулы для вычисления числа размещений и числа сочетаний из n элементов по k .
3. Дайте определения основным понятиям теории вероятности: случайное событие, достоверное событие, невозможное событие, вероятность случайного события.
4. Сформулируйте классическое определение вероятности.
5. Сформулируйте основные теоремы теории вероятностей: теорему сложения вероятностей и теорему умножения вероятностей.

Тестовые задания:

1. Теория вероятности – это раздел математики, изучающий связи между:

- а) экспериментальными данными;
- б) функциями;
- в) методами систематизации;
- г) вероятностями случайных событий

2. Найдите соответствие

| | | | |
|---|-------------|---|---|
| 1 | Случайные | А | Появление одного из событий зависит от появления другого |
| 2 | Достоверные | Б | Появление одного из событий не зависит от появления другого |

| | | | |
|---|-----------------|---|--|
| 3 | Невозможные | В | События, имеющие одинаковую вероятность |
| 4 | Противоположные | Г | Сумма вероятностей таких событий равна единице |
| 5 | Несовместные | Д | События, которые обязательно произойдут |
| 6 | Равновозможные | Е | События, которые никогда не произойдут |
| 7 | Независимые | Ж | События, которые могут произойти, а могут и не произойти |
| 8 | Зависимые | З | События, которые не могут произойти одновременно |

3. Студент сдаст экзамен на «5» с вероятностью 0,4, а 2-й студент с вероятностью 0,5. Вероятность сдачи этими студентами экзамена на «отлично» равна:

- а) 0
- б) 0,2
- в) 0,9
- г) 0,1

4. Вы купили в магазине компьютер, на который фирма-производитель дает два года гарантии. Какие из следующих событий невозможные, какие – случайные, какие – достоверные:

А = {компьютер не сломается в течение года}

Б = {компьютер не сломается в течение двух лет}

В = {в течение двух лет вам не придется платить за ремонт компьютера}

Г = {компьютер сломается на третий год}

5. В коробке 15 шприцев, а медсестре нужно сделать 10 инъекций. Какие из следующих событий невозможные, какие – случайные, какие достоверные:

А = {все инъекции будут сделаны в разное время}

Б = { все инъекции будут сделаны одновременно }

В = {будет использован каждый шприц}

Г = {найдется шприц, который не будет использован}

Д = {в коробке не останется шприцев после выполнения всех инъекций}

Е = {в коробке останется 8 шприцев после выполнения всех инъекций}

Критерии оценки:

0 ошибок – оценка 5;

1 ошибка – оценка 4;

2-4 ошибки – оценка 3;

> 4 ошибок – 2.

Задачи:

1. На лекции присутствуют 100 студентов. Из них по математике имеют оценку «отлично» 20 человек, «хорошо» - 50, «удовлетворительно» - 24 и «неудовлетворительно» - 6. Какова вероятность того, что вызванный наугад студент не имеет задолженностей по математике?

2. На экзамене 40 билетов, студент не выучил 10 билетов. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

3. Для участия в конкурсе «Лучшая медицинская сестра» пригласили 26 студентов из медицинских колледжей, 9 из них из одного колледжа Сургута. Перед началом соревнования конкурсантов разбивают на пары по жребию. Какова вероятность, что Иван Петров из Сургута окажется в паре со студентом из своего колледжа?

4. Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один вопрос?

5. Вероятность того, что в летнюю сессию студент сдаст первый экзамен, равна 0,8; второй - 0,9; третий - 0,8. Найти вероятность того, что он сдаст только первый экзамен.
6. В коробке находятся 250 лампочек, из них 100 по 100 Вт, 50 – по 60 Вт, 50 – по 25 Вт и 50 по 15 Вт. Вычислить вероятность того, что мощность любой взятой наугад лампочки не превысит 60 Вт.
7. В экзаменационные билеты включено по два теоретических вопроса и по одной задаче. Всего составлено 28 билетов. Вычислить вероятность того, что, вынув наудачу билет, учащийся ответит на все вопросы, если он подготовил 50 теоретических вопросов и 22 задачи.

Тема 7.2 Вероятность в профессиональных задачах

Задания для практической работы:

Задача 1:

В накопителе для бумаг имеется 15 историй болезни, среди них 10 заполненных необходимыми анализами. Медсестра наугад извлекает 3 истории болезни. Найдите вероятность того, что извлеченные документы окажутся уже заполненными.

Задача 2:

Вероятность заболеть гриппом во время эпидемии равна 0,75. Сколько человек может заболеть этой болезнью на первом курсе колледжа, если поступили учиться 400 человек?

Задача 3:

Вероятность того, что в течение одного рабочего дня возникнет неполадка в определенном медицинском приборе, равна 0,05. Какова вероятность того, что не произойдет ни одной неполадки за 3 рабочих дня?

Задача 4:

Из 1000 выпускников медицинского колледжа 720 человек работают по своей специальности, 70 человек продолжают обучение в медицинском институте. Найдите вероятность того, что выпускник останется в отрасли здравоохранения.

Задача 5:

Из партии, содержащей 10 шприцев, среди которых 3 бракованных, наудачу извлекают 2 изделия для контроля. Найдите вероятность: события А – из 2 шприцов нет ни одного бракованного; события В – в полученной выборке – 1 шприц бракованный.

Тема 7.3 Дискретная случайная величина, закон ее распределения

Перечень вопросов:

1. Дайте определение дискретной случайной величины и непрерывной случайной величины, приведите примеры.
2. Перечислите основные характеристики дискретной случайной величины, дайте им определения, поясните формулы, по которым они находятся.
3. Сформулируйте закон распределения случайной величины.
4. Что показывает математическое ожидание?
5. Каково смысловое значение дисперсии?

Задачи:

1. Студенты одной группы на экзамене по истории получили такие оценки:
4 3 4 2 3 4 5 3 3 4
3 4 5 4 5 2 4 4 5 2

Задания:

- а) Сколько получено двоек, т.е. какова кратность варианты 2?
- б) Какова кратность варианты 4?

в) Перечислите все варианты полученного ряда данных

г) Выпишите группированный ряд данных

а) Составьте таблицу кратности вариант

б) Нарисуйте многоугольник распределения кратностей

в) Составьте таблицу распределения частот и нарисуйте многоугольник распределения частот

г) Для процентных частот нарисуйте гистограмму распределения с шириной столбцов, равной

Вычислите: а) размах; б) моду; в) медиану; г) среднее ряда данных

2. Случайная величина X задана законом распределения в табличном виде. Найти математическое ожидание.

Закон распределения дискретной случайной величины

| | | | |
|-----------------------------------|-----|-----|-----|
| Значения случайной величины X_i | 2 | 3 | 10 |
| Вероятности значений p_i | 0,1 | 0,4 | 0,5 |

3. Определите, является ли полной система значений случайной величины X , распределение которой имеет вид:

| | | | | | |
|-------|-----|------|------|------|------|
| X_i | - 2 | -1 | 2 | 5 | 8 |
| p_i | 0,2 | 0,17 | 0,15 | 0,23 | 0,19 |

4. Проведены измерения вязкости крови у 9 больных. Значения относительной вязкости крови у больных составили: 5, 4, 3, 2, 6, 3, 4, 8, 10. Найдите математическое ожидание и дисперсию для данной выборочной совокупности.

5. Случайная величина X задана законом распределения в табличном виде (табл.). Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения.

| | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| X_i | 2 | 3 | 10 |
| p_i | 0,1 | 0,4 | 0,5 |

Тема 7.4 Задачи математической статистики.

Перечень вопросов:

1. Что такое математическая статистика?
2. Какие задачи решает математическая статистика?
3. Перечислите этапы статистического исследования.
4. Что называется генеральной и выборочной совокупностями для исследуемой случайной величины?
5. Какие вы знаете основные числовые характеристики выборки?

Задачи:

1. После урока по теме «Статистика» на доске остался ответ «Среднее значение равно 12» и таблица:

| | | | |
|-----------|----|----|----|
| Варианта | 3 | 8 | |
| Кратность | 26 | 13 | 11 |

а) Какое число должно быть записано в пустой клетке?

б) Укажите размах, моду и медиану распределения.

в) Допустим, что среднее значение равно M . Что тогда должно стоять в пустой клетке?

г) Может ли в ответе для среднего значения стоять 15, если все варианты – целые числа?

2. Таблица распределения кратностей имеет вид:

| | | | | | |
|-----------|----|----|------|---|-----|
| Варианта | 0 | 1 | 3 | 5 | 6 |
| Кратность | 10 | 2x | 3x-1 | 5 | x+5 |

- а) Выразите через x среднее значение.
б) Как выглядит график зависимости среднего значения от x ?
в) Каким может быть x , если модой является 0?
г) Может ли мода распределения равняться единице?

3. В результате испытаний активности таблеток пенталгина были получены следующие значения: 3,2; 3,4; 3,3; 3,5; 3,6; 3,7; 3,4; 3,3; 3,4; 3,7; 3,2. Вычислите выборочное среднее.

4. Построить полигон частот и относительных частот по распределению выборки

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| X_i | 2 | 3 | 5 | 6 |
| m_i | 10 | 15 | 5 | 20 |
| p_i | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,4 |

Тема 7.5 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Контрольная работа

Первая часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных

1. (1 балл) Каких событий не бывает в теории вероятностей?
А) случайные; Б) неслучайные; В) достоверные; Г) невозможные.
2. (1 балл) Событие, которое при выполнении определенной совокупности условий, обязательно произойдет - это:
А) случайное; Б) неслучайное; В) достоверное; Г) невозможное.
3. (1 балл) Вероятность случайного события есть неотрицательное число, заключенное между числами:
А) 0 и 1; Б) 0 и 100; В) -1 и 1; Г) -100 и 100.
4. (1 балл) Группировка – это...
А) упорядочение единиц совокупности по признаку; Б) разбиение единиц совокупности на группы по признаку; В) обобщение единичных фактов; Г) обобщение единичных признаков.

Вторая часть

При выполнении заданий 5-10 запишите ход решения и полученный ответ.

5. (2 балла) В офисе дизайнерского агентства находятся 8 посетителей женского пола и 2 мужского. Определить вероятность того, что первым к консультанту обратится мужчина.
6. (2 балла) На конференцию приехали 2 ученых из Германии, 3 из Сербии и 7 из Швейцарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что пятым окажется доклад ученого из Сербии.
7. (2 балла) Маша, Тимур, Диана, Костя и Антон бросили жребий — кому достанется проект по оформлению свадебного зала. Найдите вероятность того, что проект точно не будет выполнять Антон.
8. (2 балла) В ящике три красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?
9. (2 балла) Дан ряд чисел: 175; 172; 179; 171; 174; 170; 172; 169. Найдите моду ряда и среднее арифметическое ряда.

10. (2 балла) При анализе ценовых предпочтений клиентов дизайнерского агентства получены данные, представленные в таблице: доля клиентов, приобретающих дизайнерские услуги одинакового назначения, но различной цены. Найти моду случайной величины. X – цены продаваемых услуг.

| | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 3500 | 4500 | 5500 | 6500 | 7500 | 8500 |
| p_i | 1/20 | 3/20 | 3/20 | 8/20 | 4/20 | 1/20 |

Эталоны ответов:

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------|---|---|---|---|-----|------|-----|------|----------------|------|
| Ответ | Б | В | А | А | 0,2 | 0,25 | 0,8 | 0,15 | 172; 172,75 | 6500 |

3.2. Тестовые задания для диагностического контроля по дисциплине

| Проверяемая компетенция | Задание | Варианты ответов | Тип сложности вопроса | Кол-во баллов за правильный ответ |
|-------------------------|--|---|-----------------------|-----------------------------------|
| ОК 01 | 1. Укажите один правильный ответ Производная функции – это ... | а) совокупность всех первообразных $F(x) + C$; б) предел, к которому стремится интегральная сумма $\sum_{k=0}^{n-1} f(\bar{x}_k) \Delta x_k$ при стремлении к нулю длины наибольшего частичного интервала Δx_k ; в) предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении последнего к нулю $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$; г) предел отношения приращения аргумента к приращению функции при стремлении аргумента к нулю $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$; | средний | 5,0 |
| ОК 01 | 2. Определите процентную концентрацию раствора. 1) 5:1000 2) 2:5000 3) 4:1000 4) 8:1000 Установить соответствие между соотношениями и процентными концентрациями а) 0,04% | 1 – в 2 – а 3 – г 4 – б | средний | 5,0 |

| | | | | |
|--------|---|--|---------|-----|
| | б) 0,8% в) 0,5% г) 0,4% | | | |
| ОК 02 | <p>3. Составьте высказывание из нескольких предложенных фраз:</p> <p>А. Большая статистическая совокупность, из которой отбирается часть объектов для исследования, называется ...</p> <p>1) статистическим рядом 2) выборкой 3) генеральной совокупностью</p> <p>Б. а множество объектов, отобранных из нее, называется ...</p> <p>1) статистическим распределением 2) выборкой 3) вариационным рядом</p> <p>В. Если записать в последовательности измерений все значения величины X, то получим ...</p> <p>1) вариационный ряд 2) простой статистический ряд 3) генеральную совокупность</p> <p>Г. а если записать значения в порядке убывания или возрастания числовых значений исследуемого признака, то такой ряд чисел будет называться...</p> <p>1) вариационным рядом 2) генеральной совокупностью 3) интервальным статистическим распределением</p> | А – 3 Б – 2 В – 2 Г - 1 | средний | 5,0 |
| ОК 07 | <p>4. Указать один верный ответ</p> <p>Производная функции $y = 2x^2 - 8x + 5$ равна:</p> | а) $y' = 4x - 8$; б) $y' = 4x^2 - 8x$; в) $y' = \frac{2x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + 5x$; г) $y' = 4x + 5x$ | средний | 5,0 |
| ОК 03 | <p>5. Решите задачу</p> <p>Клиент взял в банке кредит 480 000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?</p> | 46400 | средний | 5,0 |
| ОК 01 | <p>6. Решите задачу</p> <p>Введено 300 мл 20% глюкозы. Сколько единиц инсулина (1 ЕД расщепляет 4 г сахара) нужно ввести пациенту для исключения нарушения метаболических процессов в организме?</p> | 15 | средний | 5,0 |
| ПК.1.2 | <p>7. Выберите один правильный ответ</p> | а) 0,765 б) 0,327 | средний | 5,0 |

| | | | | |
|--------|--|-----------------------|---------|-----|
| | За сутки в среднем расходуется 0,5 кг хлорной извести. Во время генеральной уборки помещения было израсходовано 153% среднесуточного количества хлорной извести. Сколько кг хлорной извести израсходовали во время генеральной уборки? | в) 0,0765 г) 0,328 | | |
| ПК 3.1 | 8. Решите задачу В клиническом исследовании участвуют 60 пациентов, которые получают новое лечение. После 3 месяцев 45 пациентов отметили улучшение состояния. Какова эффективность лечения в процентах? | 75 | средний | 5,0 |
| ПК 4.2 | 9. Решите задачу Масса ребенка при рождении 3300 г, в 3 месяца его масса составила 4900 г. Определить степень гипотрофии. | 1 | средний | 5,0 |
| ПК 4.2 | 10. Решите задачу Медсестре необходимо приготовить шарообразные тампоны из марли для обработки ран. Диаметр каждого тампона составляет 3 см. Рассчитайте площадь поверхности одного тампона. Если медсестре необходимо изготовить 10 таких тампонов, то какая общая площадь поверхности марли потребуется? | 28,27; 282 | средний | 5,0 |
| ОК 04 | 11. Решите задачу Ромашка при сушке теряет 84% своей массы. Сколько получится сухой ромашки из 25 кг свежей? Сколько ромашки должны собрать студенты, если они обязались высушить и сдать в аптеку 36 кг этого растения? | 4; 225 | низкий | 2,0 |
| ОК 03 | 12. Решите задачу После увеличения заработной платы медицинской сестре за непрерывный стаж работы на 25%, зарплата составила 65000 руб. Какова первоначальная зарплата? | 52000 | низкий | 2,0 |
| ПК 1.1 | 13. Решите задачу Сколько граммов спирта израсходует медсестра для компрессов пяти пациентам, если на один компресс она тратит 20 г спирта? | 100 | низкий | 2,0 |
| ПК 4.1 | 14. Решите задачу Объем крови у взрослого человека составляет 5 л. При глубоком порезе он теряет 11% от общего объема. Определите объем потери крови (ответ укажите в литрах) | 0,55 | низкий | 2,0 |
| ОК 05 | 15. Закончите предложение: | показательным | низкий | 2,0 |

| | | | | |
|--------|--|---------------------|---------|-----|
| | Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется ... уравнением. | | | |
| ОК 06 | 16. Выполните расчет Рассчитать заработную плату фармацевтическому работнику аптеки медицинской организации. Фармацевт, стаж работы 10 лет, имеет высшую квалификационную категорию, 1 ребенок, полный рабочий месяц. Член профсоюза. Оклад 12 000, надбавка за высшую категорию – 30% от оклада, за стаж – 30% от оклада, за вредность – 15% от оклада. | 18242 | высокий | 8,0 |
| ПК 1.1 | 17. Найти: площадь фигуры, ограниченной параблами $y = x^2$, $y = 2x - x^2$ и осью Ox | 1 | высокий | 8,0 |
| ОК 04 | 18. Решите задачу Медсестра обслуживает четырех больных. Вероятность того, что в течение часа первый больной потребует внимания медсестры, равна $p_1 = 0,7$; второй – $p_2 = 0,6$; третий – $p_3 = 0,5$; четвертый – $p_4 = 0,4$. Найти вероятность того, что хотя бы один больной в течение часа потребует внимания медсестры. | 0,964 | высокий | 8,0 |
| ПК 3.1 | 19. Произвести вычисления По результатам экспериментов были получены следующие показатели активности таблеток пенталгина: 3,2; 3,4; 3,3; 3,5; 3,6; 3,7; 3,4; 3,3; 3,4; 3,7; 3,2. Вычислите выборочное среднее, выборочную дисперсию. | 3,4 0,03 | высокий | 8,0 |
| ОК 02 | 20. Выполните расчет Для профилактики рецидивов инфекций, вызываемых Herpes simplex 1 и 2 типов у пациентов с нормальным иммунным статусом, назначают АЦИКЛОВИР. Рекомендуемая доза составляет по 0,2 г каждые 6 часов 7 дней. 1 таблетка 200 мг. Рассчитайте дозировку лекарственного препарата за курс профилактики в сг и таблетках. | 560; 28 | высокий | 8,0 |

Критерии оценивания диагностического тестирования.

Успешное прохождение диагностического тестирования - выполнение 70 % заданий и более.

3.3. Типовые задания для промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» - экзамен

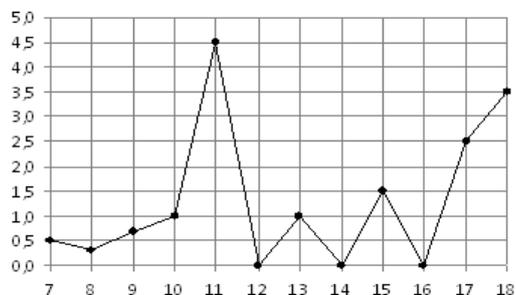
Экзаменационные задания

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-12 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Вычислите: $2\sin(\pi/6) + 2\cos(\pi/3)$

2. (1 балл) На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней выпадало более 2 миллиметров осадков?



3. (1 балл) Стоимость услуг частного дизайнера возросла на 10%. Определить, сколько стоили услуги дизайнера до подорожания, если после клиент заплатил 55000руб?

4. (1 балл) На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

5. (1 балл) Найдите значение выражения $\log_2 2 + \log_2 32$

6. (1 балл) Найдите корень уравнения $\sqrt{7-6x} = 7$.

7. (1 балл) Решите неравенство $2^{x+5} > 64$. В ответ запишите наименьшее положительное число.

$$\frac{x+2}{3x-2} = \frac{1}{4}$$

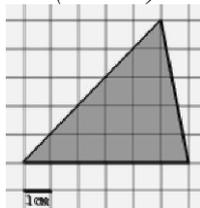
8. (1 балл) Найдите корень уравнения

$$y = \frac{5}{4}x^4 - 6x^2 + 7x - 1$$

9. (1 балл) Найдите производную функции в точке $x=0$:

10. (1 балл) Кастрюля, оформленная по индивидуальному заказу, имеет форму цилиндра. Высота кастрюли 35 см, диаметр основания 20 см. Рассчитайте вместимость данной посуды, деленную на π .

11. (1 балл) Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке



12. (1 балл) Тело движется по закону $S(t)=3t^2+5t$ (м) Найти скорость тела через 1с после начала движения.

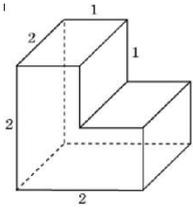
Дополнительная часть

При выполнении заданий 13-16 запишите ход решения и полученный ответ

13. (3 балла) Вычислите площадь участка стола, отведенного для презентации работ дизайнера Василия, периметр которого ограничивают линии $y=x^2-2x-2$ и $y=-x^2+2$. Выполните чертеж. Ответ дайте в квадратных метрах.

14. (3 балла) Решите уравнение $\sin^2 x - 2\sin x = 0$. В ответ запишите количество решений, принадлежащих промежутку $[0; 4\pi]$.

15. (3 балла) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



16. (3 балла) Заказ на 126 открыток первый дизайнер выполняет на 5 часов быстрее, чем второй. Сколько открыток за час изготавливает первый дизайнер, если известно, что он за час может приготовить на 5 открыток больше второго?

Эталоны ответов:

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---------------|---|---|--------|------|---|----|---|-----|---|------|----|----|----|----|----|----|
| Ответ | 2 | 3 | 50 тыс | 0,25 | 6 | -7 | 1 | -10 | 7 | 3500 | 15 | 11 | 9 | 5 | 6 | 13 |

Критерии оценки:

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержит задания минимального обязательного уровня, дополнительная часть – более сложные задания.

При выполнении заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ. За правильное выполнение любого задания из обязательной части обучающийся получает один балл. При выполнении задания из дополнительной части необходимо подробно описать ход решения и дать ответ. Правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами или 1-2 баллами за частичное решение.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

| Отметка | Число баллов, необходимое для получения отметки |
|---------------|---|
| «3» (удов.) | 6-9 |
| «4» (хорошо) | 10-14 (не менее одного задания из дополнительной части) |
| «5» (отлично) | более 14 (не менее двух заданий из дополнительной части) |