Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

«Вычислительная математика»

Квалификация выпускника	бакалавр
Направление подготовки	09.03.02
	«ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»
Направленность (профиль)	«Информационные системы и технологии»
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра информатики и вычислительной техники

Типовые задания для контрольной работы.

1.Для решения уравнения $x^2+2x-3=0$ на отрезке [-1; 2] используется метод дихотомии. Выполняется третий шаг. Какой из указанных интервалов будет содержать корень?

а) [0; 2]; б) [0.5; 2]; в) [0.875; 1.25]; г) [0.9; 1.25]; д) [0.5; 1.25].

2. Определить отрезок, на котором уравнение $x^2-5\sin x=0$ имеет хотя бы один корень?

а) [$\frac{\pi}{2}$; π]; *б) [0.1;* $\frac{\pi}{2}$*]; в) [2.5; π] ;г) [*$\frac{\pi}{2}$*; 1.6]; д) уравнение корней не имеет.*

3. Какой метод решения нелинейных уравнений наиболее чувствителен к выбору начального приближения (с точки зрения скорости сходимости)?

а) Ньютона; б) бисекций; в) итераций; г) Зейделя д) хорд.

4. Уравнение *f(x)=0* в методе итераций приводится к виду $x=\varphi(x)$. Какое условие должно выполняться для функции $\varphi(x)$?

а) $\varphi(x)\varphi''(x)>0$; *б)* $\max|\varphi'(x)|<1$; *в)* $\max|\varphi''(x)|<1$; *г)* $\varphi(x)\varphi''(x)<0$;

д) нет верного ответа.

5. На каком из указанных интервалов возможно применение метода Ньютона для решения уравнения $x^3-x^2-25x+2=0$?

а) [5, 6]; б) [2, 3]; в) [-3, -1]; г) [-2.1, -1.2]; д) ни на одном из указанных интервалов.

6. Пусть применен один шаг метода хорд для решения нелинейного уравнения $x^4+x^3-2x^2-10x-2=0$ на отрезке [2; 3]. Какой интервал получим для дальнейшего поиска корня?

а) [2.48; 3]; б) [2.09; 3]; в) [2; 2.09]; г) [2; 2.5];

8. Уравнение *f(x)=0* решается методом Ньютона. Какая из нижеприведенных формул является правильной?

а) $x_{k+1} = x_k - \dfrac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \cdot f(x_k)$*;* *б)* $x_{k+1} = \varphi(x_k)$*;*

в) $x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$*;* *г)* $x_{k+1} = \dfrac{a+b}{2}$.

9. Из нижеприведенных формул выбрать ту, которая соответствует итерационному процессу вычисления корня уравнения $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ методом простой итерации для интервала [-3; -2].

а) $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 3$*;* *б)* $x_{n+1} = \sqrt{(1-3x_n^2)/3}$*;* *в)* $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 2$*;* *г)* $x_{n+1} = \sqrt{(1-x_n^3)/3}$.

10. Для нелинейного уравнения $x^3 - x^2 - 16x + 4 = 0$ определить отрезки, содержащие только один корень.

а) [-4; -2], [-1; 8]; б) [-4; -2], [-2; 8/3], [4; 5]; в) [-2; 10];

г) [-3; -2], [-2;-1], [2; 4]; д) [-4; 8].

Типовые вопросы к зачету

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками): 1. Математическое моделирование. Процесс создания математической модели. 2. Основные этапы решения инженерной задачи с применением ЭВМ. 3. Вычислительный эксперимент. 4. Определение основных видов погрешностей. 5. Определение абсолютной и относительной погрешностей. 6. Формы записи приближенных чисел.	- теоретический

7. Определение верной значащей цифры. 8. Формулы вычисления погрешностей арифметических операций. 9. Формула вычисления погрешности функций нескольких переменных. 10. Корректность вычислительной задачи. 11. Вычислительные методы. 12. Корректность вычислительных алгоритмов. 13. Постановка задачи отыскания корней функции. Этапы решения. 14. Метод бисекции: описание метода, геометрическая интерпретация, итерационная формула, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания. 15. Задачи отыскания корней функции. Метод простой итерации: описание метода, геометрическая интерпретация, итерационная формула, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания. 16. Задачи отыскания корней функции. Метод Ньютона: описание метода, геометрическая интерпретация, итерационная формула, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания. Связь с методом простой итерации. 17. Прямые методы решения СЛАУ. Постановка задачи. 18. Различные способы задания нормы векторов и матриц. 19. Абсолютная и относительная погрешности вычисления вектора. 20. Сходимость по норме (определение). 21. Метод Гаусса. 22. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации (описание метода, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания). 23. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод Зейделя (описание метода, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания). 24. Задача одномерной минимизации. Постановка задачи. Отрезок локализации. Унимодальные	

функции. 25. Задача одномерной минимизации. Метод деления отрезка пополам (описание метода, геометрическая интерпретация, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания). 26. Задача одномерной минимизации. Метод золотого сечения (описание метода, геометрическая интерпретация, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания). 27. Задача одномерной минимизации. Метод Ньютона (описание метода, геометрическая интерпретация, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания). 28. Задача многомерной минимизации. Постановка задачи. Поверхности уровня. Градиент. Необходимое условие существования экстремума. 29. Методы спуска. Направление спуска. Выбор шага спуска. Критерии окончания итераций. 30. Покоординатный спуск (описание метода, геометрическая интерпретация). 31. Градиентный метод. Метод наискорейшего спуска (описание метода, геометрическая интерпретация). 32. Задача аппроксимации функции. Постановка задачи. Постановка задачи интерполяции и экстраполяции. 33. Интерполяция многочленом в форме Лагранжа (описание метода, погрешность интерполяции). 34. Интерполяция многочленом в форме Ньютона (описание метода, погрешность интерполяции). 35. Вычисление первой производной. Оценка погрешности. 36. Вычисление второй производной. Оценка погрешности. 37. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Оценка погрешностей. 38. Задача Коши для ОДУ первого порядка. Постановка Задачи. 39. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Сетка и сеточные функции. Дискретная	

задача Коши. Явные и неявные методы. 40. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Модификации. Геометрическая интерпретация. Оценка погрешности.	

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»	Вид задания
1. Оценить абсолютную и относительную погрешность вычислений. 2. Решить нелинейное алгебраическое уравнение методом Ньютона. 3. Решить систему нелинейных уравнений методом градиентного спуска. 4. Найти минимум функции одной и двух переменных. 5. Решить СЛАУ методом Гаусса. 6. Решить СЛАУ с трёхдиагональными матрицами методом прогонки. 7. Решить СЛАУ методами Якоби, Зейделя и релаксаций. 8. Построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона и Лагранжа. 9. Вычислить производные различных порядков и дать оценку погрешности по формуле Рунге. 10. Вычислить определенный интеграл методами прямоугольников, трапеций, Симпсона. 11. Решить задачу Коши для ОДУ первого порядка методом Эйлера.	- практический

Типовые практические задания для зачета

№ 1. Вычислить значение выражение $\frac{a+bc}{ba-c}$ с систематическим учетом абсолютных погрешностей после каждой операции. Результат представить в трех форматах: с явным указанием погрешностей абсолютной и относительной и с у четом верных цифр. Значения переменных указаны в варианте со всеми верными цифрами в узком смысле: $a = 0.002$, $b = 0.011$, $c = 0.3$.

№ 2. Вычислить значение функции $z = \frac{\sqrt{x} + t\cos y}{\ln x - t^y}$, если значения аргументов даны со всеми верными цифрами в широком смысле: $x = 0.325$, $y = 0.4$, $t = 0.25$. Результат записать с учетом абсолютной погрешности.

№ 3. Найти корень уравнения $4(1 - x^2) - e^x = 0$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ (более 4 итераций не выполнять) одним из приведенных ниже методов. Отрезок локализации корня [0; 1]. При этом

1. Описать метод, привести итерационную формулу.
2. Проверить выполнение критерия сходимости метода.
3. Указать критерий окончания расчетов.
4. Составить таблицу, отображающую ход итерационного процесса и содержащую всю необходимую информацию для этого.

Методы решения нелинейных уравнений:

1. Метод бисекции
2. Метод простой итерации
3. Метод Ньютона

№ 4. Решить СЛАУ

$$\begin{cases} 2.7x_1 + 3.3x_2 + 1.3x_3 = 2.1 \\ 3.5x_1 - 1.7x_2 + 2.8x_3 = 1.7 \\ 4.1x_1 + 5.8x_2 - 1.7x_3 = 0.8 \end{cases}$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ одним из приведенных ниже методов. При этом

1. Описать метод, привести итерационную формулу.
2. Проверить выполнение критерия сходимости метода.
3. Указать критерий окончания расчетов.
4. Составить таблицу, отображающую ход итерационного процесса и содержащую всю необходимую информацию для этого.

Методы решения СЛАУ:

1. Метод простой итерации
2. Метод Зейделя

№ 5. Найти экстремум функции $y = \sin x + x^2$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ (более 4 итераций не выполнять) одним из приведенных ниже методов. Отрезок локализации корня [−π/3; 0]. При этом

1. Описать метод, привести итерационную формулу.
2. Проверить выполнение критерия сходимости метода.
3. Указать критерий окончания расчетов.
4. Составить таблицу, отображающую ход итерационного процесса и содержащую всю необходимую информацию для этого.

Методы поиска экстремумов:

1. Метод золотого сечения
2. Метод Ньютона

№ 6. Построить интерполяционный многочлен для таблично заданной функции указанным методом.

x	0.101	0.106	0.111	0.116	0.121	0.126
y	1.26183	1.27644	1.29122	1.30617	1.32130	1.32660

Методы интерполяции:

1. Многочленами Лагранжа
2. Многочленами Ньютона

№ 7. С помощью интерполяционной формулы Ньютона найти значение первой и второй производной для таблично заданной функции в точке $x = 1.2$.

x	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6
y	2.857	3.946	4.938	5.801	6.503	7.010	7.288	7.301

№ 8. Вычислить определенный интеграл $\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$ указанным методом, используя равномерный шаг с числом узлов равным 11.

Методы вычисления

1. Формула левых прямоугольников.
2. Формула правых прямоугольник.
3. Формула средних прямоугольников.
4. Формула трапеций
5. Формула Симпсона

№ 9. Приближенно найти решения ОДУ $y' = 0.185(x^2 + \cos 0.7x) + 1.843y$ на отрезке [0.2; 1.2] с шагом 0.25 при начальном условии $y(0.2) = 0.25$ указанным методом.

Методы вычисления

1. Используя формулу правой разностной производной.
2. Эйлера-Коши.
3. Усовершенствуемый метод Эйлера
4. Правило трапеций.